

Pelajaran tentang pasal-pasal

ILMU

MEKANIKA TEKNIK

BAHAGIAN C

**BUKU PENUNTUN ILMU KONSTRUKSI
UNTUK SEKOLAH TEKNIK MENENGAH**

cet. ke -- 2 (EYD)

KAAN
AN
IMUR



**P.T. PRADNYA PARAMITA
Jln. Kebonsirih 48 — JAKARTA**

1977

HOFSTEEDE, P.J. KRAMER dan HASLIM

Pelajaran tentang pasal-pasal

ILMU KANIK TEKNIK

BAHAGIAN C

**BUKU PENUNTUN ILMU KONSTRUKSI
UNTUK SEKOLAH TEKNIK MENENGAH**

cet. ke — 2 (EYD)



P.T. PRADNYA PARAMITA
Jln. Kebonsirih 46 — JAKARTA

1977

dan

/cm³

21

21. 121 / 9 / 94 / 80

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEP. P DAN M
Jl. Walikota Mustajab 68
SURABAYA

Hak Pengarang dilindungi
Undang-undang

Pembebanan ini dapat kita uraikan tegaklurus pada dan „searah” dengan bidang atap (gamb. 4). Komponen searah bidang atap ialah $Q \cos 40^\circ$; yang tegaklurus pada bidang atap besarnya $Q \sin 40^\circ$.

Tekanan angin, seperti pembebanan yang terdahulu, terbagi sama rata seluruh gordeng dan berjumlah :

$$W = 1,30.250.70 \approx 228 \text{ kg.}$$

Momen-momen lengkung yang paling besar timbul lagi di dalam penampang normal yang paling tengah (ABCD). Jadi kita dapat membatasi perhitungan kita sampai kepada penampang ini. Disebabkan oleh pembebanan $Q \sin 40^\circ$ dan W , di dalam penampang yang paling tengah kita mendapat lengkung :

$$M_v = \frac{1}{8}(W + Q \sin 40^\circ)l = \frac{1}{8}(228 + 423.0,6428).250 = 15625 \text{ kgcm}$$

Yang bersangkutan dengan itu, tegangan-tegangan tekan di AD dan tegangan-tegangan tarik di BC. Besar tegangan-tegangan ini, jika lebar penampang b cm dan tinggi h cm sama dengan :

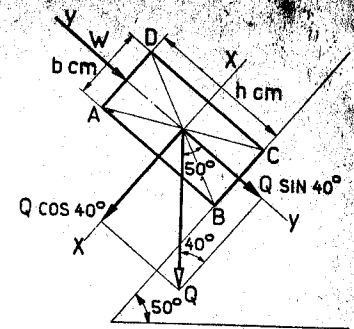
$$\sigma_{AD} = \frac{M_v}{W_v} = \frac{15625}{\frac{1}{6}bh^2} = \frac{93750}{bh^2} \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan-tegangan tarik di BC adalah sama besar. Momen lengkung yang paling besar, yang disebabkan oleh pembebanan $Q \cos 40^\circ = 423. \cos 40^\circ$ kg. Juga timbul di dalam penampang normal yang paling tengah ABCD dan berjumlah :

$$\frac{1}{8}.423.0,7660.250 = 10125 \text{ kgcm.}$$

Dalam hal itu di AB termasuk tegangan tarik σ_{AB} dan di CD tegangan tekan σ_{CD} .

$$\sigma_{AB} = -\sigma_{CD} = \frac{10125}{\frac{1}{6}bh^2} = \frac{60750}{bh^2} \text{ kg/cm}^2.$$



Gamb. 4

Tegangan-tegangan yang paling besar timbul di D dan B.

$$\sigma_B = -\sigma_D = \frac{93750}{bh^2} + \frac{60750}{hb^2} \text{ kg/cm}^2.$$

Dengan $h = 2b$ kita mendapat:

$$\sigma_B = -\sigma_D = \frac{93750}{bh^2} + \frac{60750}{hb^2} \sim \frac{53813}{b^3} \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan itu tidak boleh meliwati tegangan-tegangan yang dibolehkan, $\bar{\sigma}_t = 60 \text{ kg/cm}^2$. Jadi kita dapat menghitung b dari syarat:

$$\frac{53813}{b^3} < 60.$$

Dengan ini ternyata:

$$b^3 > \frac{53813}{60} \text{ atau } b^3 \geq 897 \text{ dan } b \sim 9,64.$$

Jika kita ambil lebarnya 10 cm, maka sesuai dengan itu tinggi dari 20 cm.

§ 3. Bidang-bidang momen pada pembebanan lengkung berganda.

Pada setiap contoh dari pasal yang tadi dengan langsung kita menunjukkan penampang, di mana timbul tegangan-tegangan yang paling besar. Dalam hal-hal di mana ini tidak mungkin, pada balok-balok dengan penampang berbentuk lingkaran (poros-poros) dapat kita mencari momen lengkung-hasil yang terbesar dengan menggunakan bidang-bidang momen. Pada penampang-penampang lain hal ini tidak mungkin, dan kita harus mencarinya dengan percobaan-percobaan "penampang yang paling berbahaya".

Kita membatasi hal balok dengan penampang berbentuk lingkaran itu sampai beberapa soal.

Soal 4. Sebuah sumbu menurut gambar 5a dan 5b, dibebani lengkung berganda. Hitunglah reaksi-reaksi. Gambarkan bidang momen. Salah satu di antara titik-titik penun-
... boleh kita umpamakan sebagai perletakan sorong.

Cara menghitung. Pasangan-sorong kita umpamakan di B. Titik penunjang A dapat kita anggap sebagai sendi.

Macam pembebanan kita umpamakan tersusun dari pembebanan di dalam bidang tegak, lihat gambar 5c dan pembebanan, di dalam bidang mendatar, lihat gambar 5c. Sudah terang bahwa semua reaksi-reaksi tegaklurus pada sumbu. Di dalam gambar 5c kita mendapat reaksi di A, A_v , dengan memakai dalil momen terhadap B:

$$0 = -A_v \cdot 90 + 150 \cdot 30 - 125 \cdot 15.$$

Jadi: $A_v \sim 29,16 \text{ kg}$. A_v jadi betul-betul mempunyai arah ke bawah. Dari $\Sigma M = 0$, dipakai terhadap A, kita mendapat:

$$0 = -150 \cdot 60 + 125 \cdot 75 - B_v \cdot 90 \text{ atau } B_v \sim 4,16 \text{ kg}.$$

Penyelidikan. Menurut $\Sigma Y = 0$ haruslah: $A_v + B_v + 150 - 125 = 0$, Ini cocok sebab $A_v + B_v = -29,16 + 4,16 = -25 \text{ kg}$.

Untuk gambar 5e, kalau kita memakai dalil momen terhadap B, kita mendapat:

$$0 = A_H \cdot 90 - 400 \cdot 75 \text{ atau } A_H \sim 333,3 \text{ kg}$$

Dengan memakai dalil momen terhadap A, didapat:

$$0 = 400 \cdot 15 - B_H \cdot 90 \text{ atau } B_H \sim 66,6 \text{ kg}.$$

Di sini kita telah memenuhi $\Sigma Y = 0$, atau $A_H + B_H - 400 = 0$, sebab $A_H + B_H \sim 333,3 + 66,6 \sim 400 \text{ kg}$. Sesudah komponen reaksi-reaksi itu diketahui, dapat kita menghitung reaksi-reaksi R_A dan R_B .

Menurut gambar 5 g maka:

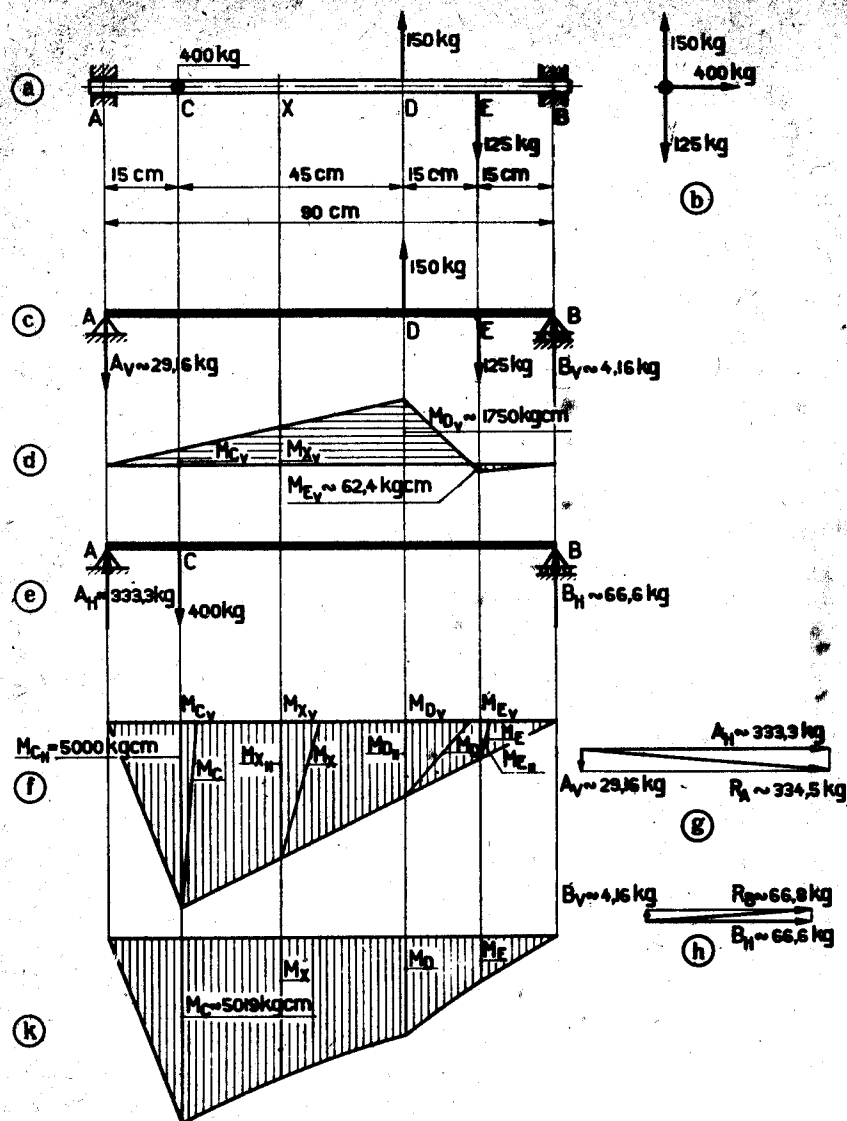
$$R_A = \sqrt{A_H^2 + A_v^2} \sim \sqrt{333,3^2 + 29,16^2} \sim 334,5 \text{ kg. Dari gambar 5h ternyata:}$$

$$R_B = \sqrt{B_H^2 + B_v^2} \sim \sqrt{66,6^2 + 4,16^2} \sim 66,8 \text{ kg}.$$

Bidang momen yang termasuk pada sumbu dari gambar 5c, dapat kita gambar dengan pertolongan momen-momen berikut.

$$M_{A_v} = 0. \quad M_{D_v} \sim -29,16 \cdot 60 \sim -1750 \text{ kgcm}.$$

$$M_{B_v} \sim -(-4,16 \cdot 15) \sim 62,4 \text{ kgcm}. \quad M_{B_H} = 0.$$



Gamb. 5

Gambar 5f, bidang momen yang termasuk pada gambar 5d, digambar dengan pertolongan momen-momen.

$$M_{AH} = 0. M_{CH} = 5000 \text{ kgcm}. M_{BH} = 0.$$

Dalam bagian B kita sudah menerangkan bahwa momen-momen lengkung itu ialah momen-momen kopel. Menu-

rut teori ilmu mekanik kopel-kopel dapat dibentangkan dan tersusun sebagai vektor-vektor (sumbu-sumbu kopel). Apabila ini dilakukan, kita mendapat momen M_C dari kopel-hasil di C, dengan menyusun kopel-kopel M_{CH} dan M_{CV} . Hal ini dikerjakan dalam gambar 5f secara grafik. Dengan cara yang sesuai, ditentukan di dalam gambar ini momen kopel hasil untuk penampang D, untuk penampang E dan untuk suatu penampang X yang sembarangan. Momen-momen yang „dilukis itu” (M_C , M_D , M_E dan M_X) dibentangkan dengan cara biasa dari garis-nol yang baru. Dengan mengerjakan hal ini untuk penampang-penampang dalam jumlah yang cukup, kita mendapat sejumlah titik-titik „garismomen-hasil” yang dapat kita gambar. Lihat gambar 5k.

Kita peringatkan sekali lagi, bahwa kopel-kopel hasil yang bekerja di penampang-penampang normal sumbu, pada umumnya tidak terletak dalam bidang memanjang yang sama. Kedudukan bidang yang dimaksudkan itu, dapat berubah dari penampang ke penampang. Pada sumbu dari gambar 5a hal ini terdapat pada kopel-kopel yang bekerja di dalam penampang-penampang antara C dan E.

Di dalam medan AC momen itu ditentukan oleh reaksi di A, semua kopel-kopel terletak di-bidang-bidang-penampang normal medan ini melalui R_A , dan garis-sumbu (AB) sumbu. Yang sesuai dengan ini juga berlaku untuk medan EB; di sini kopel-kopel yang ditinjau itu terletak di bidang melalui AB dan R_B . Dari sini ternyata pula, bahwa garismomen-hasil untuk bidang AC dan juga yang untuk bidang EB, ialah garis lurus.

Pada pemakaian momen kopel-kopel hasil untuk menghitung sumbu-sumbu bundar, tidak begitu diperhatikan tanda momen-momen kopel-kopel ini dan tempat bidang di mana kopel-kopel itu bekerja. Kita menghitung dengan harga-harga mutlak, sehingga kita dapat memuaskan semua momen-momen yang dihasilkan itu di sisi garis nol yang sama.

Menentukan momen-momen kopel-hasil secara grafik tidak perlu benar: hal ini dapat dikerjakan sama telitinya secara analitis. Tetapi mengerjakan secara analitis ini me-

nyebabkan pula banyak pekerjaan menghitung dan lebih baik kita menggabungkan kedua cara itu. Dengan demikian umpamanya kita dapat menentukan momen yang paling besar secara grafik dan sesudah itu dihitung kembali.

Dalam contoh kita, momen lengkung yang paling besar timbul di C, lihat gambar 5d. Sekarang dapat kita menghitung M_C dari :

$$M_C = \sqrt{M_{CH}^2 + M_{CV}^2}$$

M_{CH} sudah diketahui dan sama dengan 5000 kgcm. M_{CV} masih harus dihitung dulu. Apabila kita tidak memakai tanda itu, maka :

$$M_{CV} = 29,16 \cdot 15 \approx 437 \text{ kgcm. Dari itu kita dapat :}$$

$$M_C = 100\sqrt{50^2 + 4,37^2} \approx 5019 \text{ kgcm.}$$

Peringatan. 1. Jika kita hendak menjabarkan gambar 5k dengan konstruksi dari gambar-gambar 5c dan 5f, maka harus diperhatikan untuk menggambar kedua gambar yang penghabisan itu dengan skala, yang sama.

2. Bidang-bidang momen 5d dan 5f dapat juga ditentukan dengan jalan grafis. Skala-skala gaya harus diambil sama. Hal ini berlaku juga untuk untuk jarak-jarak kutub.

3. Momen lengkung M_x di suatu titik sembarangan dimedan AC ditentukan oleh reaksi R_A dan sama dengan $R_A \cdot x$. M_x jadi suatu fungsi derajat-1 dari x , sehingga garis-momen-hasil untuk medan AC ialah lurus. Hal ini juga berlaku untuk medan BE. Untuk medan-medan CD dan DE lain halnya. Memang momen-momen kopel-kopel yang menjadi komponen adalah fungsi-fungsi derajat-1 dari x , akan tetapi momen kopel yang hasil kita dapat dengan menjumlahkan momen kopel yang pertama disebut tadi. Dengan demikian kita dibawa kepada persamaan derajat. Persamaan ini merupakan sebuah hiperbol dengan sisi lengkung menghadap ke garis-nol. Hal ini tidak akan diteruskan.

Soal 5. Seperti soal 4, akan tetapi sekarang untuk gambar 6a. Arah gaya-gaya yang memotong tegak-lurus sumbu batang di C, D dan E, diberikan dalam gambar 6b.

Cara menghitung. Untuk menyederhanakan soal ini, semua gaya-gaya kita pecah seperlunya dalam dua arah yang

tegaklurus satu sama lain. Lihat gambar 6e. Jadi kita peroleh gaya dalam arah tegak $C_V = 270 \text{ kg}$, $K_D = 180 \text{ kg}$ dan $E_V = 180\sqrt{2} \text{ kg}$. Arah gaya C_V adalah berlawanan dengan gaya K_D dan E_V . Dalam arah mendatar kita peroleh $C_H = 270\sqrt{3} \text{ kg}$ dan $E_H = 180\sqrt{2} \text{ kg}$. Kedua gaya itu berarah sama.

Penyelesaian sisa soal ini, sama dengan soal 4, oleh karena itu kita berikan saja petunjuk-petunjuk yang singkat.

Pada gambar 6d.

$$0 = A_A \cdot 90 - 270 \cdot 75 + 180 \cdot 30 + 180\sqrt{2} \cdot 15$$

$$A_V = 225 - 60 - 30\sqrt{2} = 165 - 30\sqrt{2} \approx 122,6 \text{ kg.}$$

$$0 = 270 \cdot 15 - 180 \cdot 60 - 180\sqrt{2} \cdot 75 + B_V \cdot 90$$

$$B_V = -45 + 120 + 150\sqrt{2} = 75 + 150\sqrt{2} \approx 287 \text{ kg.}$$

$$A_V + B_V - 270 + 180 + 180\sqrt{2} = 165 - 30\sqrt{2} - 75 - 150\sqrt{2} - 270 + 180 + 180\sqrt{2} = 0$$

Garismomen dari gambar 6e digambar dengan pertolongan momen-momen berikut :

$$M_{AV} = 0. \quad M_{CV} = 122,6 \cdot 15 \approx 1839 \text{ kgcm.}$$

$$M_{DV} = 122,6 \cdot 60 - 270 \cdot 45 \approx -4794 \text{ kgcm.}$$

$$M_{EV} = -287 \cdot 15 \approx -4305 \text{ kgcm.} \quad M_{BV} = 0.$$

Pada gambar 6f:

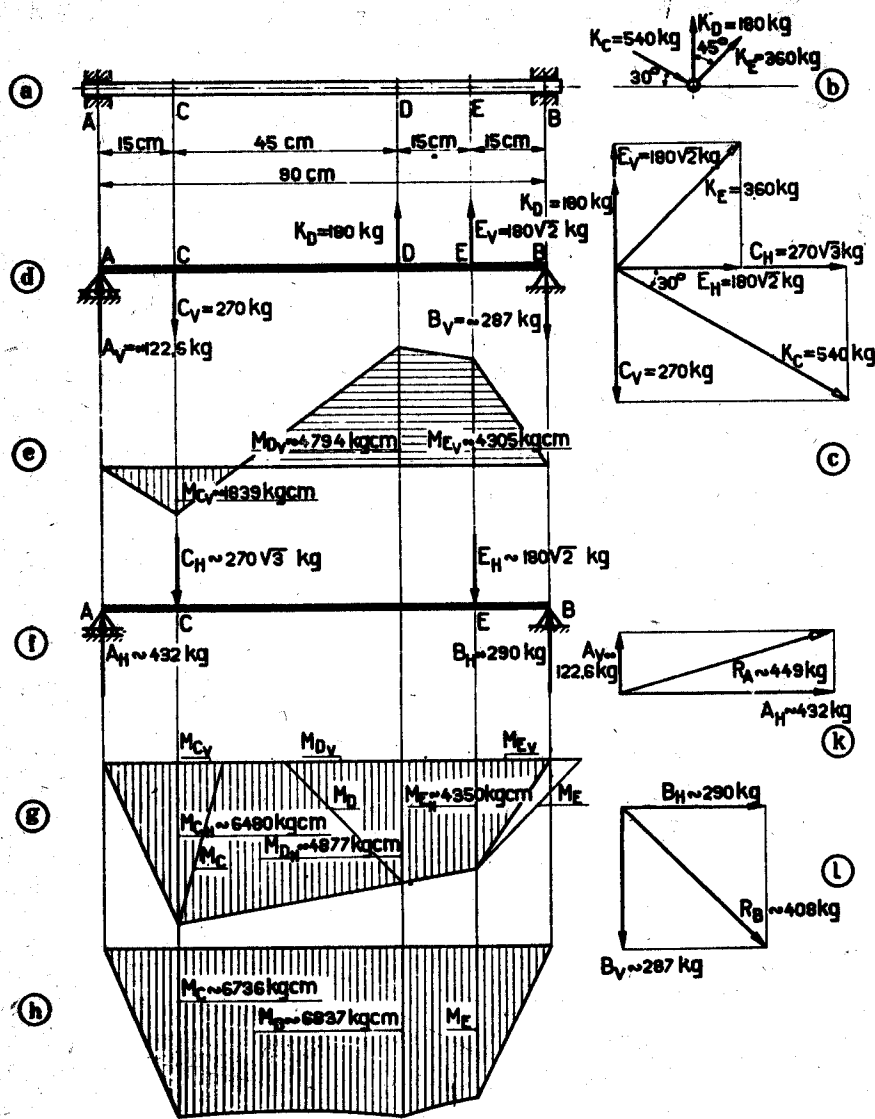
$$0 = A_H \cdot 90 - 270\sqrt{3} \cdot 75 - 180\sqrt{2} \cdot 15$$

$$A_H = 225\sqrt{3} + 30\sqrt{2} \approx 432 \text{ kg.}$$

$$0 = 270\sqrt{3} \cdot 15 + 180\sqrt{2} \cdot 75 - B_H \cdot 90$$

$$B_H = 45\sqrt{3} + 150\sqrt{2} \approx 290 \text{ kg.}$$

$$A_H + B_H - 270\sqrt{3} - 180\sqrt{2} \approx 432 + 290 - 468 - 255 \approx 0$$



Gamb. 6

Garismomen dari gambar 6g digambarkan dengan momen-momen :

$$M_{AH} = 0. M_{CH} = 432.15 = 6480 \text{ kgcm. } M_{EH} = - (-290.15) = 4350 \text{ kgcm. } M_{BH} = 0.$$

Bidangmomen-hasil, lihat gambar 6h, dijabarkan dari gambar-gambar 6e dan 6g. Dari bidangmomen ini tidak begitu terang apakah momen lengkung yang paling besar itu tumbuhnya di C atau di D. Dari itu kita hitung baik M_C maupun M_D .

$$M_C = \sqrt{M_{CH}^2 + M_{CV}^2} = 1000 \sqrt{1,839^2 + 6,48^2} \approx 6736 \text{ kgcm.}$$

$$M_D = \sqrt{M_{DH}^2 + M_{DV}^2} = 1000 \sqrt{4,794^2 + 4,877^2} \approx 6837 \text{ kgcm.}$$

Jadi momen lengkung yang paling besar timbul di D dan sama dengan 6837 kgcm.

Reaksi R_A dan R_B dapat kita hitung seperti soal yang sudah².

$$R_A \approx 449 \text{ kg. } R_B \approx 408 \text{ kg.}$$

Perhatian. Seperti telah dikatakan pada halaman 15, tidak perlu digambarkan pada balok-balok dengan penampang yang tidak berbentuk lingkaran bidangmomen-hasil.

§ 4. Soal-soal.

1. Sebuah gordeng yang mempunyai penampang normal segipanjang ($b \times h$) dipasang pada ujung-ujungnya dan panjangnya 5 m. Gordeng ini menunjang sebagian dari bidang-atap sedemikian rupa, sehingga „sisi b” dari gordeng dengan bidang mendatar membuat sudut dari 25° ; sudut ini sama dengan pendakian atap. Berat sebahagian dari bidang-atap, yang harus ditahan oleh gordeng itu, berjumlah 250 kg¹⁾.

Selanjutnya harus diperhitungkan pembebanan salju dari 300 kg dan tekanan angin, tegaklurus pada bidang-bidang atap, dari 100 kg. Ketiga pembebanan ini semua terbagi sama rata pada seluruh gordeng. Tentukanlah ukuran penampang normal gordeng ini, apabila $h = 3b$ dan $\bar{\sigma}_0 = 80 \text{ kg/cm}^2$.

1) Bobot sendiri balok-balok dianggap tidak ada atau berada didalam pembebanan yang terbagi sama rata itu. Apabila kita harus menghitung pula bobot sendiri, maka didalam soal hal itu harus ditegaskan.

2. Berapa besarkah b dan h di dalam soal sebelum ini, apabila kita umpamakan, bahwa oleh karena perhubungannya dengan konstruksi atap lengkung yang sejajar dengan bidang-atap dianggap tidak ada?

3. Tentukanlah nomor gordeng dari profil-I¹⁾. Panjang gordeng ialah 5 m. Flens-flens berpendakian seperti sebuah atap, sedang pendakian atap itu 25° . Pembebanan gordeng yang tegak dan terbagi sama rata, ialah 550 kg. Pembebanan angin yang terbagi sama rata tegaklurus pada bidang-atap dan berjumlah 100 kg $\bar{\sigma}_0 = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Selesaikanlah soal ini untuk sebuah profil-[-.

4. Nomor profil yang manakah diperlukan, apabila kita tempatkan profil-I dari soal 3 dengan badannya dalam bidang tegaklurus? Selesaikanlah juga soal ini untuk profil-[-.

5a. Sebuah atap mempunyai pendakian 45° dan ditumpang dengan sebuah gordeng dari kayu, yang terletak pada tiap-tiap ujung pada spant-spant gedung itu. Jarak spant ialah 4,5 m. Jarak antara dua buah gordeng yang berturut-turunan ialah 1,5 m.

Penampang normal gordeng ialah suatu segipanjang dengan sisi-sisi b dan h . $h = 3b$, b sejajar dengan bidang-atap. Atap itu adalah sebuah atap-genting; berat atap itu termasuk mistar, tengel, pemapanan dan gordeng, menurut lembar-satuan N 788 dapat dimisalkan sama dengan 90 kg tiap m^2 bidang-atap. Tekanan angin yang tegaklurus pada bidang-atap, dapat disamakan dengan $125 \sin^2 (a + 10^\circ)$ kg tiap m^2 bidang-atap ($a = 45^\circ$). Tekanan salju ialah 10 kg tiap m^2 bidang-atap.

Bobot sendiri dan pembebanan salju adalah tegak. Hitunglah b dan h . $\bar{\sigma}_0 = 80 \text{ kg/cm}^2$.

b. Berapakah nilai b dan h , apabila tekanan angin, yang tegaklurus seharusnya pada bidang-atap, dimisalkan 85 kg/m^2 (Samakanlah perumpamaan ini dengan N 790)?

1) Profil-I normal (menurut DIN 1025) selalu diberi tanda I dan dibelakangnya ditulis nomor profil. Untuk balok yang mempunyai flens-flens lebar, kita berpedoman saja pada catatan-catatan yang dipakai pada Agenda S.T.M. (DIN, DIL, DIC dsb.). Pada bentuk profil yang lain kita berbuat seperti pada profil-I normal.

c. Periksalah gordeng yang telah dihitung itu pada gaya tegak di tengah-tengah dari 100 kg. Pada pemeriksaan menghitung ini, menurut lembar-satuan N 789 tidak usah dimasukkan pembebanan oleh tekanan salju dan tekanan angin.

6a. Sebuah gedung gudang mempunyai kap baja yang setangkup dengan sebuah gordeng-bubungan, 8 buah gordeng-antara dan 2 buah gordeng-selokan. Atap dibuat dari pada pelat-pelat asbes-semen dan ditumpang pada sepan-sepan kap dengan menggunakan gordeng-gordeng. Jarak antara kedua gordeng-gordeng yang berikutnya sama besar. Jarak antara sepan-sepan ialah 5,8 m, penudungan ialah 20 m, sedang pendakian atap sama dengan 25° .

Bobot pelat-pelat asbes-semen ialah 18 kg tiap m^2 bidang atap; bobot sendiri gordeng untuk sementara waktu dimisalkan 15 kg/m (sesudah menetapkan profil, diperdapat nilai yang sebenarnya, jika ia terlalu menyimpang dari 15 kg/m , maka kita harus mengulangi perhitungan tadi).

Selanjutnya kita harus perhitungkan tekanan salju (tegak) dari 30 kg tiap m^2 bidang-atap dan tekanan angin $W = 125 \text{ kg/m}^2$ tegaklurus pada bidang yang dikenainya. Arah angin harus kita ambil di bawah sudut 10° dengan sebuah bidang mendatar; tekanan angin (tiap m^2) tegaklurus pada bidang-atap adalah $W = W_0 \sin^2 (25 + 10^\circ)$. $\bar{\sigma}_0 = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Tentukanlah nomer profil gordeng-antara dari profil-I, apabila flens-flens mempunyai pendakian yang sama dengan atap.

b. Nomer profil yang manakah harus kita ambil, apabila $W = 85 \text{ kg/cm}^2$ (lihat N 790).

c. Periksalah gordeng yang sudah dihitung itu pada beban tegak setempat dari 100 kg. di tengah-tengah gordeng. Dalam perhitungan ini pembebanan salju dan angin dapat dianggap tidak ada (N 789).

7. Sebuah balok dengan profil-I diberi beban lengkung berganda. Apabila tegangan normal yang paling besar yang disebabkan oleh kopel lengkung M_1 di dalam bidang setangkup melalui sumber-Y, sama dengan $\frac{M_1}{W}$, tegangan

normal tadi disebabkan oleh kopel lengkung M di dalam bidang setangkup melalui sumbu-X, $\frac{M_2}{W_x}$ harus dipenuhi syarat :

$$\frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} \leq \bar{\sigma}_s$$

Didalam hal pembatasan (hal yang paling baik) adalah :

$$\frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \bar{\sigma}_s$$

Untuk nomer profil yang tertentu, W_x dan W_y , seperti $\bar{\sigma}_s$ adalah kebesaran-kebesaran yang diketahui; dan jadi satu sama lain bergantung dengan derajat-1 sehingga grafik

$\frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \bar{\sigma}_s$ di dalam diagram $M_1 - M_2$ adalah garis lurus ini dapat dengan mudah kita gambar dengan menentukan lebih dulu garis potong dengan sumbu M_1 dan dengan sumbu M_2 .

Jadi gambarlah garis-garis untuk profil I-10 ÷ I-30. Jika $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Ambillah (karena sebab-sebab yang praktis) skala untuk M_1 lain daripada untuk M_2 .

Perhatian. Dengan cara yang diterangkan di atas tadi kita peroleh suatu nomogram; daripadanya dengan M_1 dan M_2 yang diberikan dengan mudah dapat kita tentukan nomer profil yang diperlukan. Periksa hal ini.

8. Buatlah nomogram $M_1 - M_2$ untuk sederet profil- Γ ([8 ÷ [30] $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ (lihatlah juga soal 7).

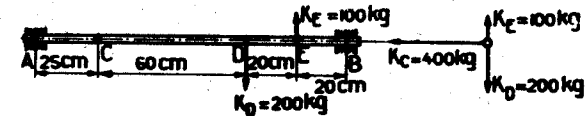
9. Buatlah nomogram $M_1 - M_2$ untuk sederet DIN-profil (DIN 22 ÷ DIN 40). $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$ (lihatlah juga soal 7).

10. Gambarkanlah di dalam diagram $M_1 - M_2$ garis-garis untuk balok-balok kayu yang mempunyai ukuran seperti berikut: 200×250 ; 200×230 ; 200×200 ; 180×200 ; 180×100 ; 150×230 ; 150×200 . $\bar{\sigma}_s = 80 \text{ kg/cm}^2$.

Perhatian. Ukuran-ukuran balok diberikan dalam mm. Persamakanlah seterusnya soal ini dengan soal 7).

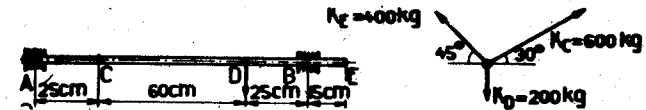
11. Sebuah sumbu menurut gambar 7 dibebani dengan lengkung berganda. Tentukanlah reaksi-reaksi, gambarkanlah bidangmomen-hasil lengkung dengan beberapa ukuran utama yang dituliskan dan tentukan juga momen lengkung yang paling besar :

- menurut cara analitis.
- menurut cara grafis.



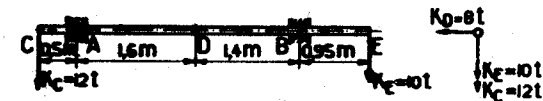
Gamb. 7

12. Gambarkanlah bidang momen hasil lengkung dengan beberapa ukuran utama yang dituliskan dan tentukanlah momen lengkung yang terbesar dengan cara analitis atau grafis untuk sumbu dari gambar 8.



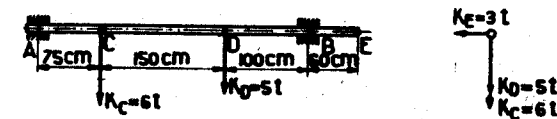
Gamb. 8

13. Seperti soal 11, akan tetapi untuk gambar 9.



Gamb. 9

14. Seperti soal 11, akan tetapi untuk gambar 10.



Gamb. 10

Pendukung-pendukung dari tahanan yang sama terhadap lengkung.

Pendukung-pendukung yang tidak berbentuk prisma.

§ 5. Pendahuluan. Tegangan yang paling besar σ , di dalam penampang normal pendukung yang berbentuk prisma dan dibebani dengan hasil lengkung dan gesekan, berubah dari penampang ke penampang dengan momen lengkung. Grafik tegangan-tegangan yang paling besar ini (lihat umpama gamb. 11c) menurunkan garismomen, dan jika skala dipilih dengan cocok, maka grafik tegangan-tegangan itu seluruhnya akan berimpitan dengan garismomen itu. Jadi sudah terang bahwa pendukung berbentuk prisma, yang dibebani secara lengkung, hanya dibebani dalam satu atau beberapa penampang dengan cara yang paling buruk. Pembebanan yang semacam itu seringkali ingin kita hindarkan oleh karena dari bahan tidak cukup dipakai sifat-sifatnya yang baik dan orang seringkali berusaha apalagi untuk pendukung yang besar, untuk menghemat bahan, dengan tidak mengerjakan beban itu secara berbentuk prisma.

Pada umumnya di tempat-tempat di mana timbul momen-momen lengkung yang besar, penampang diberati. Pada pendukung yang dikonstruir, hal ini dapat kita capai dengan menempatkan pelat-pelat pinggir. Bila kita menempatkan satu, dua, tiga buah pelat-pinggir atau lebih, yang panjangnya bermacam-macam, sedikit banyak kita dapat memperhatikan jalan momen lengkung itu. Dalam ilmu pembuatan kapal orang membuat bagian-bagian konstruksi (sepan-sepan, balok pelat-pelat dsb.) ke arah tengah lebih berat, pada umumnya pada tempat-tempat, di mana dapat diharapkan bekerja momen lengkung yang besar.

Pembebanan bahan yang paling bagus dapat diperdapat, apabila tegangan yang paling besar di dalam semua penampang adalah sama rata. Dalam hal ini grafik tegangan yang paling besar, adalah sebuah garis lurus yang sejajar dengan garis nol (lihatlah gamb. 11d).

Pada konstruksi pendukung yang sama sekali memenuhi syarat yang terakhir ini, biasanya terdapat halangan-halangan yang genting. Dari itu orang kebanyakan hanya mendekati syarat ini. Begitulah kita sampai kepada pendukung yang tidak berbentuk prisma ini.

§ 6. Contoh sebuah pendukung dengan tahanan yang sama terhadap pembengkokan.

Perhatikanlah pendukung prisma dari gambar 11a. Momen tahanan yang dipakai untuk semua penampang normal adalah sama dengan W .

Di dalam penampang normal sembarang X , momen lengkung, dengan tidak memperhatikan tanda, adalah sama dengan Px . Tegangan yang paling besar di dalam penampang normal X adalah $\sigma_x = \frac{Px}{W}$ dan menjadi suatu fungsi derajat-1 dari x . σ_x jadi berubah berbanding seharga dengan x dan mencapai bersama dengan x harga yang paling tinggi. Tegangan jadi timbul di dalam penampang normal pada A .

Untuk A , $x = l$ dan $\sigma_A = \frac{Pl}{W}$. Grafik σ , tergambar digambar 11c.

Kita dapat menjaga supaya tegangan normal di dalam semua penampang mencapai harga $\sigma_A = \frac{Pl}{W}$. Untuk ini

kita memilih pendukung yang tidak berbentuk prisma; untuk mana momen tahanan yang dipakai W_x dari penampang-penampang normal berikutnya berubah dengan cara yang cocok sekali. Apabila kita memilih pendukung demikian, sehingga memenuhi :

$$\sigma = \frac{Px}{W_x} = \sigma_A = \frac{Pl}{W}, \text{ jadi memenuhi :}$$

$$W_x = \frac{x}{l} W,$$

maka tegangan yang paling besar dalam penampang sama dengan σ_A . Lihat lukisan grafik dalam gambar 11d.

Syarat $W_x = \frac{x}{l} W$ dapat kita capai dengan beberapa

cara. Untuk pelaksanaan-pengaksanaan seterusnya hal-hal yang tertulis di bawah ini adalah penting :

a. penampang normal ialah sebuah lingkaran dengan garistengah $2y$ yang tidak tetap, lihatlah gambar 11e.

b. penampang normal ialah sebuah segipanjang dengan tinggi h yang tetap dan lebar b yang tidak tetap (lihat gambar 11f dan 11g;

c. penampang normal ialah sebuah segipanjang dengan lebar b yang tetap dan tinggi h_x yang tidak tetap (lihat gambar 11k dan 11l).

a. Apabila penampang normal pendukung berbentuk lingkaran dengan garistengah $2y$ (yang tidak tetap), momen tahanan W_x yang dipakai juga tidak tetap dan ia adalah sama dengan : $\frac{\pi}{32} (2y)^3 = \frac{\pi}{4} y^3$.

Apabila garistengah paling besar pada tempat di mana momen lengkung yang paling besar berada, adalah d , momen tahanan yang paling besar

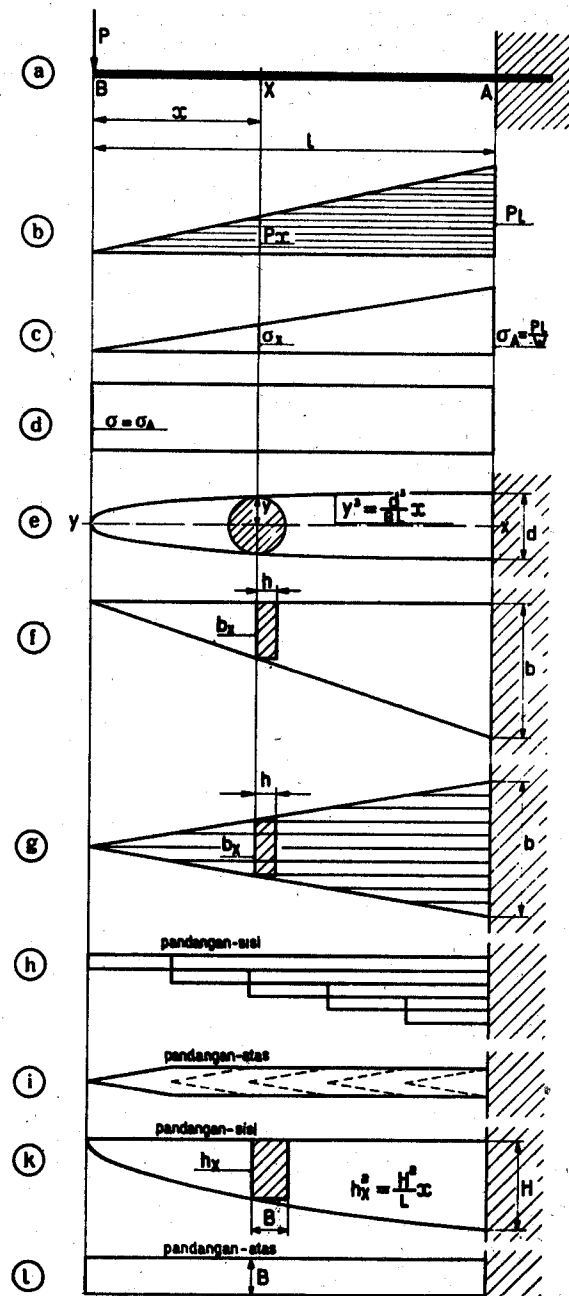
$W = \frac{\pi}{32} d^3$. Dengan $W_x = \frac{x}{l} W$ kita mendapat:

$$\frac{\pi}{4} y^3 = \frac{\pi}{32} \frac{d^3 x}{l}, \text{ atau: } y = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x}{l}}.$$

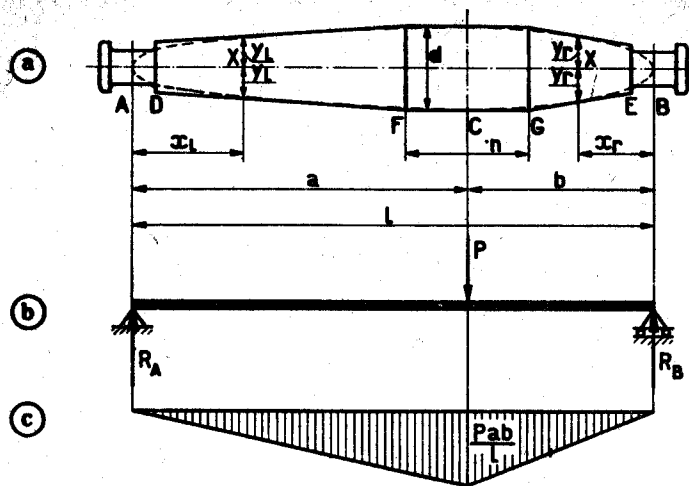
$y^3 = \frac{d^3 x}{8l}$ atau $y = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$ merupakan, lihat gambar 11e, persamaan „separuh” garistengah pendukung (garis lengkung sumbu).

Di waktu membuat sumbu kita hanya mendekati hubungan $y^3 = \frac{d^3 x}{8l}$

Hal ini kita bicarakan selanjutnya dari gambar 12a. Bagan beban digambarkan dalam gambar 12b.



Gamb. 11



Gamb. 12

$$R_A = \frac{Pb}{l} \cdot R_B = \frac{Pa}{l}$$

Momen lengkung yang paling besar ialah $\frac{Pab}{l}$. Garis-

tengah paling besar d sekarang dapat kita hitung jika σ menunjukkan tegangan lengkung yang dibolehkan, dari :

$$\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{M_b}{\sigma_b} = \frac{Pab}{\sigma_b l}$$

Menurut yang tertulis sebelum ini, ordinat y_l bagian kiri garistengah ditentukan dengan :

$$y_l^3 = \frac{d^3 x}{8l}, \text{ sehingga dengan } x = x_l, y_l = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x_l}{l}}$$

$$\text{Untuk bagian kanan } y_r = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x_r}{l}}$$

Seperti telah kita ketahui, kita tidak selalu menahan ukuran-ukuran ini, karena sebab-sebab yang mengenai konstruksi. Pada tempat-tempat dimana kita memasang ro-

da pada sumbu, kita buat sumbu itu silindris pada jarak n . Jarak n itu kita buat lebih besar daripada lebar leher-sumbu. Diameter-diameter bagian-bagian silindris di A dan di B kita tentukan dengan menghitung tap-tap. Ukuran-ukuran di D dan di E kita buat lebih besar daripada garistengah tap-tap, sedang kita mencari hubungan sebaik-baiknya antara D dan F, juga antara E dan G, dengan garis-garis-lengkung meridian :

$$y_l = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x_l}{l}} \text{ dan } y_r = \frac{d}{2} \sqrt[3]{\frac{x_r}{l}}$$

Selain itu kita usahakan, sekali lagi karena sebab-sebab konstruksi, supaya sumbu di dalam medan-medan tersebut menyerupai sebuah kerucut terpancung (beberapa buah kerucut berhubungan satu sama lain). Garismeridian kerucut-kerucut, ini tidak boleh memotong garislengkung meridian yang telah dihitung itu.

β . Lihatlah gambar 11f, dan 11g. Apabila kita menamakan lebar penampang normal itu b , kita per dapat dari ini:

$$W_x = \frac{W_x}{l}$$

$$W_x = \frac{bh^3x}{6l}$$

Apabila kita namakan sekarang lebar pendukung yang mempunyai tahanan sama ditempat X; b_x , jadi $W_x = \frac{1}{6} b_x h^3$. Kita mendapat :

$$\frac{b_x h^3}{6} = \frac{bh^3x}{6l} : b_x = b \frac{x}{l}$$

Jadi bidang atas pendukung adalah sebuah segitiga, lihatlah gambar 11f dan 11g. Sesudah ini kita hanya membicarakan gambar 11g (lihatlah juga gambar 11h). Untuk pelaksanaan konstruksi, pendukung yang digambar-gambar itu tidak dapat dipakai, lebar pada pengapitan untuk itu terlampau besar. Oleh karena itu pendukung itu dibagi

dalam beberapa pias (stroken) yang sama lebar dan yang dalam pelaksanaan praktis, kita pasang yang satu di bawah yang lain (lihatlah gambar 11h dan 11i). Apabila kita mengumpamakan bahwa perubahan konstruktif pendukung, keadaan-beban, tidak berubah, maka diperoleh sebuah pendukung dengan momen-momen tahanan yang sama seperti pendukung pada gambar 11f, sedang bentuk pelaksanaannya jauh lebih baik.

Peringatan. Bentuk pelaksanaan ini seringkali terdapat pada pegas-pegas kendaraan.

γ. Apabila lebar penampang normal segipanjang tetap dan sama dengan B dan tingginya h_x tidak tetap, lihatlah gambar 11k dan 11l, kita peroleh dari :

$$W_x = \frac{x}{l} W.$$

$$\frac{1}{2} B h_x^2 = \frac{x}{l} W, \text{ atau: } h_x^2 = \frac{6xW}{Bl}.$$

Dalam perhitungan ini W adalah momen kelambatan yang terpakai pada pengapitan dan sama dengan $\frac{1}{2} BH'$. Apabila kita ganti nilai W ini pada rumus yang sebelum ini kita mendapat :

$$h_x^2 = \frac{H^2}{l} x.$$

Apabila kita ambil datar sisi atas pendukung yang ditinjau dengan tahanan yang sama itu, maka kita dapat mengkonstruksi sisi bawah pendukung itu menurut hubungan sebelum ini. Di situ kita memperoleh garisparabol, lihat gambar 11k.

§ 7. Soal' yang telah diselesaikan.

Soal 6. Sumbu dengan penampang-penampang normal yang berbentuk lingkaran harus dapat dibebani menurut bagian dari gambar 13a dan dengan mendekati, harus dikerjakan sebagai pendukung dengan tahanan yang sama. Tentukanlah dan gambarkanlah persamaan garis lengkung meredian.

Gambarkan juga proyeksi sumbu, lebar leher poros pa-

da C adalah 45 cm. Panjang tap l_A di A adalah $1,4 \times$ diameter tap d_A ; di B diameter tap = d_B dan panjang tap $l_B = 1,4 d_B$. $\sigma_s = 500 \text{ kg/cm}^2$. Tap-tap itu harus dihitung pada lengkung. Pembebanan tap dapat kita ambil terbagi sama rata.

Cara menghitung.

$$R_A = \frac{30 \cdot 1,7}{2,55} = 20 \text{ t. } R_B = \frac{30 \cdot 0,85}{2,55} = 10 \text{ t.}$$

$$M_A = 0. \quad M_C = 20 \cdot 0,85 = 17 \text{ tm. } M_B = 0.$$

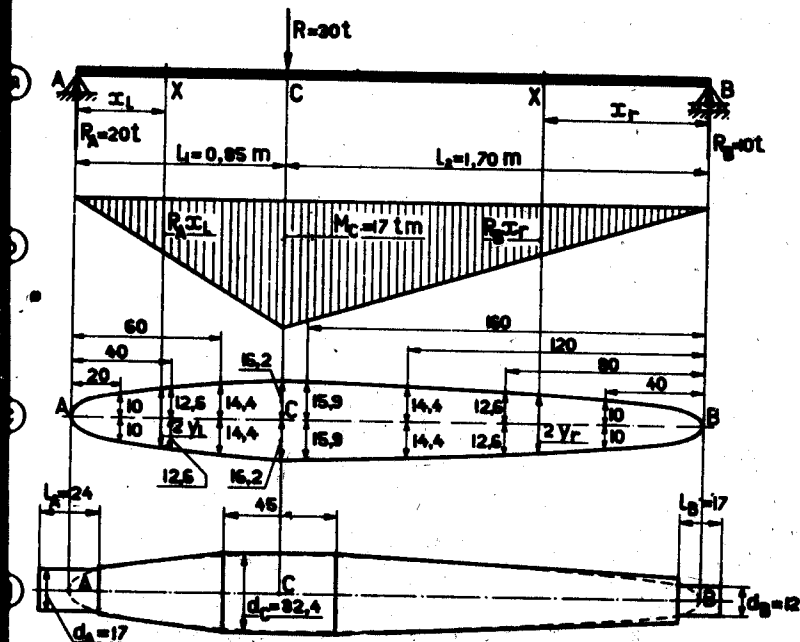
Bidang momen digambarkan digambar 13b. Momen lengkung yang paling besar timbul di penampang normal C dan besarnya :

$$M_C = 17 \text{ tm} = 1700 \text{ 000 kgcm.}$$

Garistengah d_C di C kita peroleh dari rumus lengkung.

$$\text{Dari } W = \frac{M_s}{\sigma_s} \text{ dan } W \approx 0,1 d_C^3 \text{ kita jabarkan: } 0,1 d_C^3 \approx \frac{M_s}{\sigma_s},$$

$$\text{atau } d_C = \sqrt[3]{\frac{10 M_C}{\sigma_s}} = \sqrt[3]{\frac{17000 \text{ 000}}{500}} \approx 32,4 \text{ cm.}$$



Gamb. 13

Garistengah $2y_i$ penampang X normal yang sembarangan dari bagian kiri, kita peroleh dengan cara yang sama dari:

$$0,1 (2y_i)^3 = \frac{R_A x_i}{\bar{\sigma}_b} \text{ dan jadi sama dengan:}$$

$$y_i = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10R_A x_i}{\bar{\sigma}_b}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 20.000 \cdot x_i}{500}} = \sqrt[3]{50x_i}$$

Garistengah $2y_r$ penampang X normal bagian kanan ternyata demikian pula dari:

$$0,1 (2y_r)^3 = \frac{R_B x_r}{\bar{\sigma}_b} \text{ dan ditentukan oleh:}$$

$$y_r = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10R_B x_r}{\bar{\sigma}_b}} = \sqrt[3]{25x_r}$$

Dengan rumus y_i dan y_r dapat kita menghitung ordinat garislengkung meridian, lihatlah daftar berikut. Garislengkung dari gambar 13c digambarkan dengan menggunakan angka-angka dari daftar ini.

x_i dim cm	$y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10R_A x_i}{\bar{\sigma}_b}} = \sqrt[3]{50x_i}$ dim cm	x_r dim cm	$y_r = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10R_B x_r}{\bar{\sigma}_b}} = \sqrt[3]{25x_r}$ dim cm
0	0	0	0
20	10	40	10
40	12,6	80	12,6
60	14,4	120	14,4
		160	15,9
85	16,2	170	16,2

Penampang-penampang-garismeridian yang digambarkan itu tidak dapat dipertahankan, oleh karena sebab-sebab konstruktif. Pada C batang dikerjakan, secara silindris dalam jarak 45 cm (pada tiap-tiap sisi dari C 22,5 cm). Di A dan di B kita memperoleh tap-tap yang mengganggu penampang yang dihitung.

Untuk menetapkan selanjutnya bentuk sumbu itu, kita hitung lebih dulu tap di A . Bila R_A terbagi sama rata pada seluruh panjangnya l_A , pembebanan tiap satuan panjang

adalah $q = \frac{R_A}{l_A}$. Momen lengkung yang paling besar timbul di dalam penampang ujung kanan tap dan sama dengan: $\frac{1}{2}ql_A^2 = \frac{1}{2}R_A l_A$. Menurut rumus lengkung: $0,1 d_A^3 = \frac{R_A l_A}{2\bar{\sigma}_b}$.

Apabila dalam ini kita ganti $l_A = 1,4d_A$, maka kita peroleh:

$$0,1 d_A^3 = \frac{1,4R_A}{2\bar{\sigma}_b} \text{ atau } d_A = \sqrt[3]{\frac{7R_A}{\bar{\sigma}_b}}$$

Dengan $R_A = 20 \text{ t} = 20000 \text{ kg}$ dan $\bar{\sigma}_b = 500 \text{ kg/cm}^2$, kita peroleh

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{7 \cdot 20000}{500}} = \sqrt[3]{280} \approx 6,6 \text{ cm}$$

Dengan begitu juga kita memperoleh:

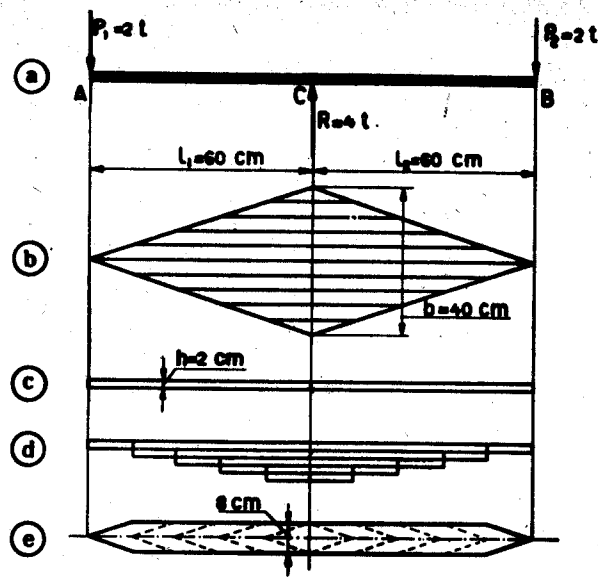
$$d_B = \sqrt[3]{\frac{7R_B}{\bar{\sigma}_b}} = \sqrt[3]{\frac{7 \cdot 10000}{500}} = \sqrt[3]{140} \approx 5,2 \text{ cm}$$

Pada $d_A = 6,6 \text{ cm}$ sesuaiilah $l_A = 1,4 \cdot 6,6 \approx 9,2 \text{ cm}$ dan pada $d_B = 5,2 \text{ cm}$ termasuk $l_B = 1,4 \cdot 5,2 \approx 7,3 \text{ cm}$.

Harga yang telah dihitung itu dapat dibulatkan dalam:

$$d_A = 17 \text{ cm } l_A = 24 \text{ cm } d_B = 12 \text{ cm dan } l_B = 17 \text{ cm}$$

Soal 7. Pegas kereta yang harus terdiri atas beberapa buah daun (samakanlah dengan gambar 11h dan 11i) harus dapat menahan beban menurut bagan dari gambar 14a. Tentukanlah banyaknya daun dan gambarkanlah pegas itu. Lebar daun adalah 8 cm. $\bar{\sigma}_b = 4800 \text{ kg/cm}^2$.



Gamb. 14

Cara menghitung. Sebagai lanjutan dari yang sudah diterangkan dalam paragraf sebelum ini, kita berpangkal pada „pegas segitiga” dari gambar 14b. Lebar b ditengah-tengah kita dapat dari:

$$W = \frac{1}{2}bh^3 = \frac{P_1 l_1}{\bar{\sigma}_s}. \text{ Untuk ini kita mengganti } h = 2 \text{ cm, } P_1 = 2000 \text{ kg}$$

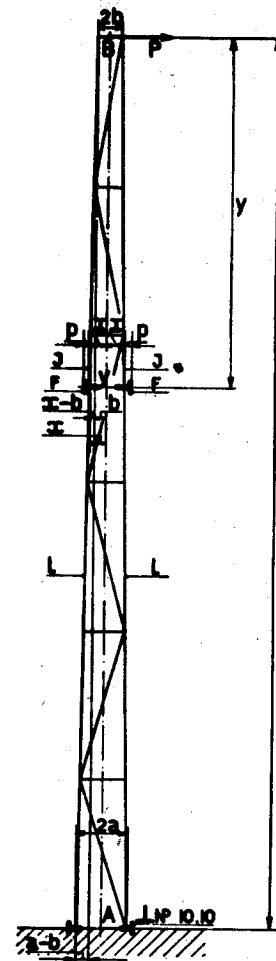
$l_1 = 60 \text{ cm}$ dan $\bar{\sigma}_s = 4800 \text{ kg/cm}^2$. Dengan demikian kita mendapat

$$b = \frac{6 \cdot 2000 \cdot 60}{2^3 \cdot 4800} = 37,5 \text{ cm.}$$

Apabila pendapatan ini kita bulatkan menjadi 40 cm, maka didapatkan 5 buah jalur dengan lebar 8 cm, lihat gambar 14b dan 14c. Penempatan jalur-jalur ini dapat dilakukan menurut gambar 14d dan 14e.

Peringatan. Pengaruh pelengkungan kita bicarakan dalam bagian berikutnya.

8. Soal-soal yang telah diselesaikan.



Gamb. 15

Soal 8. Tiang suatu hantaran tegangan tinggi, tingginya 12 m dan harus dihitung untuk gaya P mendatar, yang bekerja pada ujung bebas dan terletak didalam bidang setangkup. Kita hendak mengerjakan tiang ini menurut bagan dari gambar 15. Berapa besarkah harus kita mengambil jarak $2a$?

$\bar{\sigma} = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Apabila tiang itu hendak diberi tahanan yang sama terhadap lengkung, l harus diganti dengan sebuah garis lengkung. Tentukanlah persamaan garis lengkung ini.

$$P = 700 \text{ kg. } b = 8 \text{ cm.}$$

Cara menghitung. Momen pembengkok M_Y , didalam penampang normal Y sembarangan, adalah sama dengan:

$$M_Y = P_Y.$$

Tegangan normal yang paling besar didalam penampang Y adalah sama dengan:

$$\sigma_Y = \frac{M_Y}{W_Y} = \frac{P_Y}{W_Y}.$$

Dalam persamaan ini W_Y adalah momen tahanan yang dipakai, dan sama dengan:

$$W_Y = \frac{2[I + x^2 F]}{x + p}$$

$$\sigma_Y \text{ jadi: } \frac{P_Y(x + p)}{2[I + x^2 F]}.$$

Didalam bermacam-macam penampang normal σ_Y mempunyai nilai yang lain, oleh karena σ_Y itu adalah suatu fungsi dari y dan x , yang berubah-ubah dari penampang kepenampang. Nilai σ_y yang paling tinggi kita dapat didalam penampang normal A.

Oleh karena σ_y adalah suatu fungsi x dari y yang berubah-ubah tidak dapat kita dengan lekas mengatakan, di dalam penampang manakah σ_y itu akan mencapai nilai yang paling tinggi. Oleh karena y , menurut gambar, adalah suatu fungsi dari x dapat kita mengucapkan: tegangan σ_y adalah suatu fungsi dari x .

Dari segitiga-segitiga yang sebangun digambar 15 kita jabarkan:

$$y : (x - b) = h : (a - b) \text{ atau } y = \frac{x - b}{a - b} h.$$

Apabila kita ganti nilai y dalam rumus untuk σ_y , kita peroleh:

$$\sigma_y = \frac{Ph}{2(a - b)} \cdot \frac{(x + p)(x - b)}{I + x^2 F}$$

Juga untuk fungsi ini tidak dapat kita lihat dengan sekejap mata, untuk nilai yang manakah dari x fungsi itu jadi ekstrim. Dari itu kita akan memeriksa-

nya dengan perhitungan diferensial $f'(x) = \frac{(x + p)(x - b)}{I + x^2 F}$. Untuk itu kita tentukan lebih dulu $f'(x)$.

$$f'(x) = \frac{(I + x^2 F)(2x + p - b) - (x + p)(x - b) \cdot 2xF}{(I + x^2 F)^2}$$

Sekarang kita dapat mengharapkan suatu ekstrim untuk $f(x)$, dan untuk nilai-nilai itu dari x , untuk mana $f'(x) = 0$. $f'(x)$ menjadi nol (untuk nilai berhingga dari x) seperti juga menghitung $f(x)$ menjadi nol, jadi seperti:

$$2Ix + 2x^3 F + (p - b)I + (p - b)x^2 F - 2x^3 F - 2(p - b)x^2 F + 2pbx F = 0.$$

Dengan jalan menjabar kita peroleh di sini:

$$(b - p)Fx^3 + 2(I + pbF)x + (p - b)I = 0.$$

Akar persamaan pangkat dua itu ialah:

$$x_{1,2} = \frac{-2(I + pbF) \pm \sqrt{4(I + pbF)^2 + 4(b - p)^2 IF}}{2(b - p)F} \text{ atau}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(I + pbF) \pm \sqrt{(I + pbF)^2 + (b - p)^2 IF}}{(b - p)F}$$

Menurut daftar-daftar profil, I adalah sama dengan 179 cm⁴ $p = 2.74$ cm $F = 20.9$ cm².

Selanjutnya b adalah 8 cm. Jadi:

$$x_{1,2} = \frac{-(179 + 2.74 \cdot 8 \cdot 20.9) \pm \sqrt{(179 + 2.74 \cdot 8 \cdot 20.9)^2 + (8 - 2.74)^2 \cdot 179 \cdot 20.9}}{(8 - 2.74) \cdot 20.9}$$

$$\sim \frac{-637 + \sqrt{405769 + 103626}}{110} \sim \frac{-637 \pm 714}{110}$$

Hanya akar positiflah yang di sini mempunyai arti, jadi selanjutnya kita

hanya menghitung dengan $x = \frac{-637 + 714}{110} \sim 0.7$ cm. Dari $y = \frac{x - b}{a - b} h$ kita

mendapat untuk y nilai yang negatif. Akar $x = 0.7$ cm jadi tidak mempunyai arti untuk soal mekanika. Untuk dapat memeriksa apakah nilai fungsi paling tinggi itu, maksimum atau minimum, kita tentukan sekurang tanda dari $f''(x)$. Tadi kita sudah mendapat

$$f'(x) = \frac{(b - p)Fx^3 + 2(I + pbF)x + (p - b)I}{(I + x^2 F)^2}$$

Apabila kita lukiskan penghitung pecahan ini dengan $\varphi(x)$, maka terdapat

$$f'(x) = \frac{\varphi(x)}{(I + x^2 F)^2}$$

Dari sini ternyata:

$$f''(x) = \frac{(I + x^2 F)^2 \cdot \varphi'(x) - \varphi(x) \cdot 2(I + x^2 F) \cdot 2xF}{(I + x^2 F)^4}$$

Sekarang kita harus melihat $f''(x)$ untuk nilai-nilai x ; untuk itu maka $\varphi(x) = 0$. Seterusnya penyebut adalah tetap positif. Tanda $f''(x)$ jadi ditentukan oleh tanda $\varphi'(x)$. Sekarang $\varphi(x) = (b - p)Fx^3 + 2(I + pbF)x + (p - b)I$; jadi:

$$\varphi'(x) = 2(b - p)Fx + 2(I + pbF).$$

Untuk nilai-nilai positif x , jadi juga untuk $x = 0.7$ cm, maka fungsi ini adalah positif. Jadi kita mempunyai $\varphi'(0.7) > 0$, sehingga $f(0.7)$ adalah suatu minimum dari fungsi $f(x)$. Oleh karena $f(x)$, untuk $x = 0.7$ mempunyai nilai minimal dan untuk nilai x positif tidak lagi timbul nilai-nilai ekstrim, jadi $f(x)$ dengan $x(y)$ bertambah dan mencapai pada waktu yang sama dengan $x(y)$ mencapai nilai yang paling tinggi. Nilai yang paling tinggi, yang dapat dicapai oleh didalam daerah yang ditinjau itu ($b \leq x \leq a$) ialah 12 m. Tegangan y yang paling besar didalam daerah yang ditinjau itu ialah $y = 12$ m.

Tegangan yang paling besar yang dimaksudkan itu, adalah sama dengan:

$$\sigma_A = \frac{Ph}{2(a - b)} \cdot \frac{(a + p)(a - b)}{I + a^2 F} = \frac{Ph(a + p)}{2(I + a^2 F)}$$

Sekarang harus kita jaga, supaya $\sigma_A < 1200$ kg/cm². Apabila kita pertahankan $\sigma_A = 1200$ kg/cm², maka kita mendapat persamaan pangkat dua di dalam a sebagai berikut:

$$1200 = \frac{700 \cdot 1200(a + 2.74)}{2(179 + 20.9a^2)}$$

atau $20.9a^2 - 350a - 780 = 0$. Akar - akar persamaan ini adalah:

$$a \sim \frac{350 \pm \sqrt{350^2 + 4 \cdot 20.9 \cdot 780}}{2 \cdot 20.9}$$

$a \sim \frac{350 \pm 433}{41,8}$. Di sini hanya dapat dipakai akar

$$a = \frac{350 + 433}{41,8} = \frac{783}{41,8} \sim 18,7 \text{ cm}$$

Jadi kita dapat mempertahankan $a = 19 \text{ cm}$.

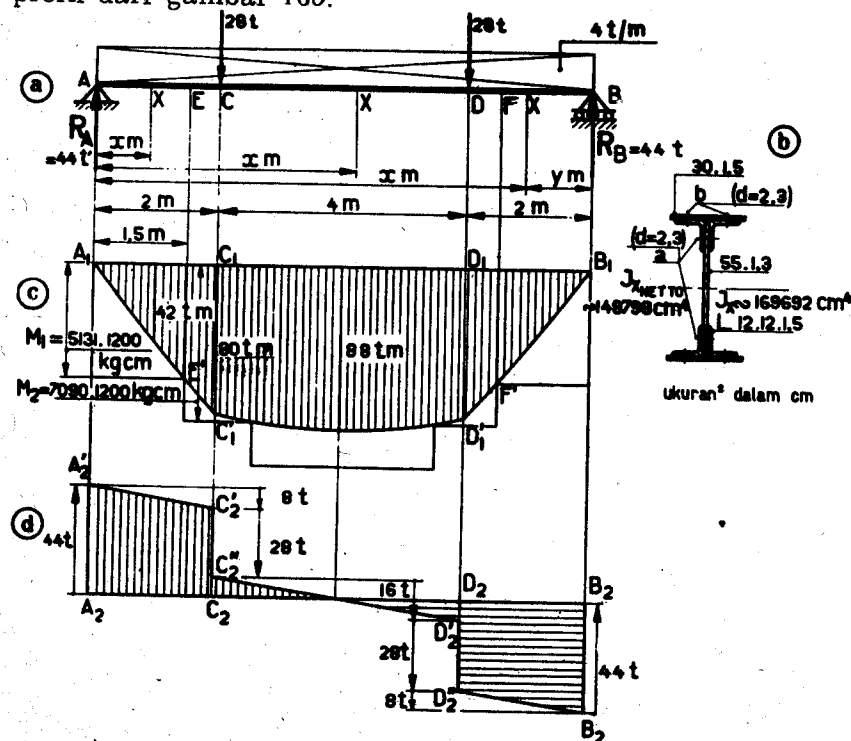
Peringatan. Tiang itu mempunyai tahanan yang sama terhadap lengkung apabila :

$$\text{atau apabila : } \frac{Py(x+p)}{2(I+x^2F)} = \frac{Ph(a+p)}{2(I+a^2F)}$$

Persamaan garis lengkung jadi :

$$y(x+p) = \frac{h(a+p)}{I+a^2F} (I+x^2F)$$

Soal 9, Pada pendukung yang dikonstruir pada gambar 16a, sudah cukuplah, jika pada ujung-ujungnya dipakai profil dari gambar 16b.



Gamb. 16

Bertambah ketengah profil ini tidak mencukupi dan disini kita harus memperkuat pendukung itu dengan pelat pinggir. Hitunglah jumlah dan panjang pelat-pelat ini, apabila kita memasang pelat-pelat ini disisi atas dan disisi bawah. Kita harus mengingat kepada kelemahan pasak (nagelver zwakking) $\bar{\sigma}_t = \bar{\sigma}_s$ 1200. kg/cm². Semua pelat-pelat pinggir kita ambil sama lebar dan sama tinggi. Diameter lobang pasak berjumlah 23 mm.

Cara menghitung. Pendukung itu sudah kita bicarakan di dalam bagian B. Momen perlambatan I_x dari profil yang tidak lemah itu juga telah dihitung dalam bagian B. Juga momen perlambatan $I_{X_{nodo}}$ dari penampang dengan kelemahan pasak di pinggir. Di sini kita memakai pendapatan dari perhitungan itu, untuk mudahnya, pendapatan yang penting-penting kita kumpulkan di samping ini.

$$R_A = R_B = 44 \text{ t.}$$

Medan	x	Rumus untuk M_x M_x dalam tm	Nilai untuk M_x M_x dalam tm
AC	0		0
	1	$44x - 2x^2$	42
	2		80
CD	2		80
	4	$-2x^2 + 16x + 56$	88
	6		80
DB	6		80
	7	$-2x^2 - 12x + 224$	42
	8		0

$$I_x = 169692 \text{ cm}^4. \quad I_{X_{nodo}} = 148798 \text{ cm}^4.$$

Momen tahanan yang termasuk pada $I_{X_{nodo}}$ 148798 cm⁴ adalah sama dengan :

$$W_1 = \frac{148798}{29} \sim 5131 \text{ cm}^3.$$

Pendukung dengan $W_1 = 5131 \text{ cm}^3$ dapat memindahkan paling tinggi, pada tegangan yang dibolehkan $\bar{\sigma}_s = 200 \text{ kg/cm}^2$, suatu momen $M_1 = \bar{\sigma}_s \cdot W_1 = 1200 \cdot 5131 = 157200 \text{ kgcm} \approx 61,6 \text{ tm}$. Jadi profil yang diumpamakan itu tidak usah diberatkan; apabila $M_x < M_1$. Kita tinjau apakah di dalam medan AC (CD) ada dipenuhi syarat ini untuk medan ini: $M_x = 44x - 2x^2 \text{ tm}$. Syarat $M_x \leq M_1$ menjadi sebab, apabila kita mempertahankan hal yang buruk sekali: $M_x = M_1$ adanya persamaan:

$$44x - 2x^2 = 61,6 \text{ atau } x^2 - 22x + 30,8 = 0.$$

Akar-akar persamaan pangkat dua ini ialah:

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 123,2}}{2} \approx \frac{22 \pm \sqrt{361}}{2} \approx \frac{22 \pm 19}{2}$$

Yang dapat dipakai hanya akar 1,5. Jadi kita menduga bahwa untuk $x = 1,5$, $M_x = M_1$. Oleh sebab itu profil itu dengan tidak diberatkan, dapat dipakai sampai 1,5 m dari A (dari E). Hasil ini dapat juga kita peroleh secara grafis. Untuk itu kita membuat garis di dalam bidang momen, sejajar dengan garispot pada jarak M_1 . Lihat gambar 16c. Titikpotong E' dan F', dari garis ini dipertambahkan pada garis M_1 pada penampang E dan F dari pendukung, dimana kekuatan penampang normal harus mulai.

Dari yang di atas tadi sudah ternyata, bahwa antara E dan F dibutuhkan sekurang-kurangnya dua buah pelat baik pada sisi bawah maupun pada sisi atas. Sekarang kita selidiki, apakah hal ini sudah mencukupi dan kita hitung momen M_2 yang manakah dapat memindahkan penampang pendukung dengan dua buah pelat pinggir itu (baik pada sisi atas maupun pada sisi bawah kita ambil lagi sebuah pelat pinggir yang tebalnya 1,5 cm). Apabila kita menamakan momen tahanan yang bersangkutan itu W_2 , maka kita mendapat dari M_2 :

$$M_2 = \bar{\sigma}_s \cdot W_2.$$

W_2 kita hitung lagi dari I_2 . Dengan mudah kita dapat mengetahui, bahwa apabila kita mengabaikan momen perambatan sendiri, berarti:

$$I_2 = 148798 + 2(30 - 2,2,3) \cdot 1,5 \cdot 2975^2 \approx 216235 \text{ cm}^4.$$

$$\text{Di sini termasuk: } W_2 = \frac{216235}{30,5} \approx 7090 \text{ cm}^3. \text{ Untuk } M_2,$$

$$\text{kita mendapat: } M_x = M_2 = \sigma_s \cdot W_2 = 1,2 \cdot 70,9 \approx 85 \text{ tm}.$$

Di dalam medan AC (CD) momen pembengkok yang paling besar ialah 80 tm. Jadi untuk medan ini perkuatan sudah cukup. Tetapi di dalam medan CD momen bengkok yang paling besar ialah 88 tm. Kedua pelat-pelat pinggir untuk sebagian dari medan tidak cukup. Sekarang kita selidiki pada penampang manakah pelat pinggir yang ketiga itu harus mulai (pada sisi atas dan pada sisi bawah).

Untuk medan CD, M_x adalah $-2x^2 + 16x + 56 \text{ tm}$. Dari $M_x < M_2$ sekarang kita uraikan:

$$-2x^2 + 16x + 56 = 85$$

atau

$$x^2 - 8x + 14,5 = 0.$$

Akar persamaan pangkat dua ini adalah:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 58}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{6}}{2}. \text{ Pada } x = 4 - \frac{1}{2}\sqrt{6} \approx 4 - 1,23 \approx 2,77$$

kita mengetahui, bahwa pelat pinggir yang ketiga itu harus mulai dari 2,77 m dari A dan harus berhenti 2,77 m dari F. Ketiga pelat-pelat pinggir itu sudah cukup untuk keperluan kita. Cobalah cari sendiri hal ini!

§ 9. Soal-soal ¹⁾.

15. Sebuah balok dengan tahanan yang sama terhadap lengkung, dan dengan panjang 1 m, diapit mendatar di ujung sebelah kanan. Di ujung yang bebas bekerja gaya tarik tidak dari 3 t.

Buatlah gambar menurut skala dengan beberapa ukuran yang tertulis jika:

¹⁾ Pengaruh tegangan geser dianggap tidak ada.

a. pendukung mempunyai penampang normal segipanjang dengan tinggi h yang konstan dan lebar yang tidak konstan $h = 3 \text{ cm}$, $\bar{\sigma}_s = 4000 \text{ kg/cm}^2$.

b. penampang normal adalah suatu segipanjang dengan lebar $= 5 \text{ cm}$ yang konstan dan tinggi yang tidak konstan, $\bar{\sigma}_s = 1000 \text{ kg/cm}^2$; bidang atas pendukung ini harus kita ambil mendatar;

c. penampang-penampang normal berbentuk lingkaran dengan diameter yang tidak konstan; $\bar{\sigma}_s = 500 \text{ kg/cm}^2$.

16. Sebuah sumbu mendatar dengan tahanan yang sama terhadap pembengkok dengan penampang-penampang normal yang berbentuk lingkaran, diujungnya pada A dan B (tengah-tengah tap) ditutupi dan di dalam titik C dan D (beban dengan gaya tegak dari 20 t . $AC = 1,2 \text{ m} = DB$, $CD = 0,6 \text{ m}$. $\bar{\sigma}_s = 500 \text{ kg/cm}^2$.

Tentukanlah persamaan bagian-bagian, yang membentuk garislengkung meridian pendukung itu dan gambarkanlah garislengkung ini. Gambarkanlah sumbu, apakah panjang lebar poros di titik C dan D berjumlah 40 cm . Panjang tap pada A dan B adalah $1,4d$, apabila d adalah diameter tap.

Perhatian. Pada gambar kita harus menulis ukuran-ukuran utama.

17. Gambarkanlah sebuah sumbu dengan tahanan yang sama, seperti dalam soal 16, apabila: $AC = 1 \text{ m}$, $CD = 2 \text{ m}$ dan $DB = 1,5 \text{ m}$, gaya didalam $C = 25 \text{ t}$ dan gaya dalam $D = 5 \text{ t}$. $\bar{\sigma}_s = 500 \text{ kg/cm}^2$. $l = 1,4d$.

18. Suatu benda dengan tahanan yang sama terhadap lengkung diapit mendatar disalah satu dari ujungnya dan pada ujung yang lain dibebani dengan beban P yang tegak. Panjang pendukung itu ialah l . Tegangan lengkung yang diperbolehkan adalah $\bar{\sigma}_s$. Penampang-penampang normal adalah segi-segi-panjang lebarnya b_s dan tingginya h_s (b_s mendatar); $b_s = ah_s$. Nyatakanlah b_s dan h_s di dalam P , a , $\bar{\sigma}_s$ dan x , apabila x = jarak antara ujung yang bebas dan penampang normal yang sembarangan.

Gambarkanlah dari badan ini penglihatan atas dan penglihatan samping dengan beberapa ukuran yang ditulis apabila $P = 12$, $\bar{\sigma}_s = 60 \text{ kg/cm}^2$, $l = 80 \text{ cm}$ dan $a = \frac{1}{2}$.

19. Suatu badan dengan tahanan yang sama terhadap lengkung diapit mendatar pada ujung sebelah kanan dan pada seluruh panjangnya dibebani dengan beban q yang terbagi rata. Panjang badan itu adalah l ; lebar penampang-penampang normal segipanjang adalah tetap dan sama dengan B , tinggi yang tidak tetap di dalam penampang normal X sembarangan adalah sama dengan h_x . Nyatakanlah h_x di dalam x , b , q dan $\bar{\sigma}_s$, apabila x adalah jarak dari ujung yang bebas sampai pada penampang X .

Gambarkanlah badan ini apabila bidang atas mendatar dan $q = 20 \text{ kg/cm}$, $l = 1 \text{ m}$, $b = 6 \text{ cm}$ dan $\bar{\sigma}_s = 1000 \text{ kg/cm}^2$.

20. Suatu benda dengan tahanan yang sama terhadap lengkung pada ujung kanan diapit mendatar, dan dibebani sama rata pada seluruh panjangnya; pembebanan itu ialah 40 kg/cm , panjangnya ialah 150 cm , tinggi semua penampang-penampang normal ialah 15 cm . $\bar{\sigma}_s = 200 \text{ kg/cm}^2$. Gambarkanlah pandangan-atas badan ini.

21. Sebuah sumbu mendatar dengan tahanan yang sama terhadap lengkung, panjangnya 1 m , diapit pada ujung sebelah kiri dan dibebani sama rata pada seluruh panjangnya. Pembebanan tiap satuan panjang ialah 20 kg/cm . Penampang-penampang normal berbentuk lingkaran. Buatlah gambar dari sumbu ini dengan beberapa ukuran yang ditulis, $\bar{\sigma}_s = 300 \text{ kg/cm}^2$.

22. Sebuah badan dengan tahanan yang sama terhadap lengkung ditunjang pada kedua ujungnya, di dua titik yang sama tingginya, dan dibebani pada seluruh panjangnya dari 3 m oleh pembebanan tegak dan terbagi sama rata dari 600 kg/m . Tegangan lengkung yang diperbolehkan ialah 900 kg/cm^2 .

Gambarkanlah pemandangan samping dan pemandangan atas badan ini:

a. apabila penampang-penampang normal berbentuk segipanjang, yang mempunyai lebar 2 cm dan tinggi h yang tidak tetap dan bidang atas pendukung diambil mendatar;

b. apabila semua penampang-penampang berbentuk segipanjang, tinggi tetap dari 3 cm dan lebar yang tidak tetap.

c. apabila penampang-penampang normal berbentuk lingkaran.

23a. Sebuah balok mendatar mempunyai panjang 12 m ditunjang pada ujung A dan B dan mendukung pada seluruh panjangnya pembebanan yang terbagi sama rata dari 800 kg/m (termasuk juga bobot sendiri). Kita mengambil profil untuk balok ini suatu I-30. Profil ini pada ujungnya cukup kuat, akan tetapi ketengah dibutuhkan perkuatan pelat-pelat pinggir. Pelat pinggir ini pada pinggirnya menonjol 5 mm di luar flens profil I itu dan tebalnya adalah 12 mm.

Tentukanlah panjang teoritis pasangan pertama, pasangan kedua dan bila perlu juga pasangan pelat pinggir berikutnya.

$\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Perlemahan pasak dianggap tidak ada. Perhitungan dijelaskan dengan garismomen.

23b. Idem, akan tetapi sekarang panjang balok = 10 m. $q = 500 \text{ kg/cm}$. Profil ialah I-24.

24a. Penampang normal balok terdiri atas pelat-badan yang tegak pada sisi atas dan sisi bawah mempunyai dua buah baja sudut. Ukuran-ukuran pelat badan adalah 500 mm \times 10 mm. Baja sudut itu mempunyai profil 110 \times 110 \times 12. Di tengahnya balok itu diperkuat oleh tiga buah pelat pinggir di sisi atas dan di sisi bawah oleh tiga buah pelat pinggir lagi; pelat pinggir ini lebarnya 280 mm dan tebalnya 12 mm.

Berapakah panjang pendukung profil yang digambarkan itu diperbolehkan, apabila ia pada ujungnya ditunjang dan dipakai untuk pembebanan yang terbagi sama rata dari 8 t/m? $\bar{\sigma}_b = 200 \text{ kg/cm}^2$.

Sampai di manakah dapat dipakai pinggir pelat dari 2 \times 2? Sampai di manakah pelat 2 \times 1 mencukupi dan sampai di manakah kita tidak membutuhkan pelat pinggir?

Jelaskanlah perhitungan ini dengan garismomen.

Perhatian. Perlemahan pasak dianggap tidak ada.

24b. Idem, akan tetapi sekarang $q = 5 \text{ t/m}$.

25. Sebuah gelagar-utama sebuah jembatan, panjang-

nya 16 m dan pada seluruh panjang itu dibebani dengan pembebanan dari 8 t/m yang terbagi sama rata. Pada ujung-ujung, penampang normal itu terdiri atas dua buah pelat badan yang tegak dan empat buah baja siku penguat dimana diikatkan dua buah pada sebelah atas dan dua buah pada sebelah bawah baja siku itu. Ukuran-ukuran pelat-pelat itu ialah 800 mm \times 100 mm. baja-baja-sudut mempunyai profil 90.130.10 dan dihubungkan dengan sisinya yang terkecil dengan sebuah pelat badan. (Jarak antara pelat badan adalah 14 mm dan tidak menjalankan peranan). Ke tengah gelagar itu diperkuat dengan pelat-pelat pinggir dari 420 mm \times 12 mm yang dipasang sepasang-sepasang (setiap kali sebuah pada sebelah atas dan sebuah pada sebelah bawah).

Tentukanlah banyaknya dan panjang teoritis pelat-pelat pinggir, apabila perlambatan pasak dianggap tidak ada, $\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

Perhatian. Kedua pelat badan diikatkan satu sama lain oleh suatu balut melintang, yang menghalangi „kippen” dari sebagian dari konstruksi.

Sambungan melintang ini dianggap tidak ada.

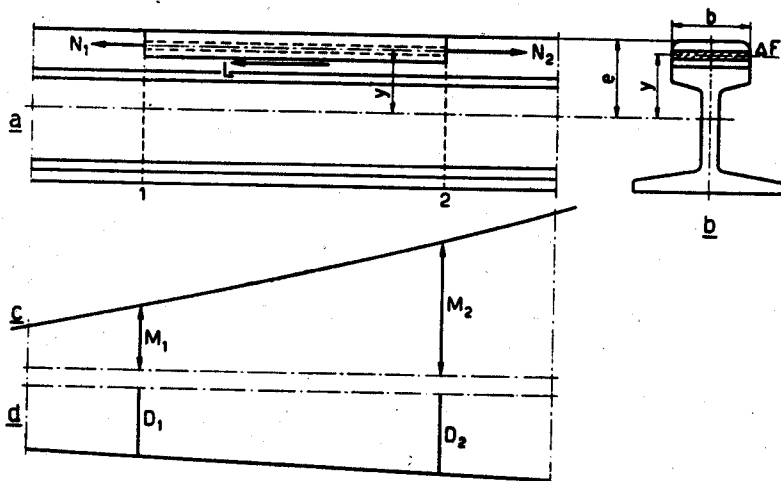
PELAJARAN III

Tegangan-tegangan geser di dalam penampang-penampang panjang pada pendukung-pendukung berbentuk prisma, yang diberi beban lengkung¹.

§ 10. Pendahuluan.

Apabila sebuah pendukung diberi beban lengkung dan geser, momen-momen bengkok di dalam penampang normal adalah berbeda-beda. Disebabkan oleh perbedaan-perbedaan ini kita juga mendapat perbedaan-perbedaan di dalam tegangan normal dan di dalam gaya normal, yang bekerja pada bagian-bagian yang sama dan sebangun dari bagian-bagian yang sama tegak dari dua penampang normal, lihat gambar 17.

Perbedaan didalam gaya normal menghendaki adanya gaya di dalam bidang yang dapat kita umpamakan sejajar dengan sumbu.



Gamb. 17

Dengan gaya yang terakhir ini, ada tegangan-tegangan berhubungan satu sama lain; dengan secara pendek tegangan-tegangan itu kita namakan tegangan-tegangan panjang. Yang terang ialah, bahwa tegangan panjang itu adalah te-

¹) Penampang panjang sebuah pendukung yang berbentuk prisma, berarti sebuah penampang sebuah pendukung dengan bidang yang sejajar dengan sumbu pendukung

gangan geser; kita akan menghitungnya sesudah ini. Mari lah kita perhatikan bagian pendukung dari gamb. 17a, yang terletak antara penampang normal 1 dan 2. Apabila di dalam penampang 1 terjadi momen pembengkok tegangan normal yang paling besar M_1 , maka tegangan ini di dalam penampang :

$$\sigma = \frac{M_1}{W}$$

Pada momen pembengkok M_2 di dalam penampang 2 termasuk tegangan normal yang paling besar

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{W}$$

W itu ialah momen tekanan yang dipakai. Di serat yang terletak pada jarak y dari lapisan netral pada penampang 1, ada suatu tegangan normal:

$$\sigma_{y_1} = \frac{y}{e} \sigma_1 = \frac{y}{e} \cdot \frac{M_1}{W} = \frac{yM_1}{eW} = \frac{yM_1}{I}$$

sedangkan tegangan normal di tempat penampang 2 ialah sama dengan :

$$\sigma_{y_2} = \frac{y}{e} \sigma_2 = \frac{y}{e} \cdot \frac{M_2}{W} = \frac{yM_2}{I}$$

$eW = I$ = momen kelembaman yang terpakai.

Apabila salah satu di antara serat-serat yang ditilik itu mempunyai penampang normal ΔF , maka pada serat di tempat penampang 1 akan bekerjalah suatu gaya normal $\sigma_{y_1} \Delta F$ dan di tempat penampang 2 gaya normal $\sigma_{y_2} \Delta F$. Oleh karena $\sigma_{y_1} \neq \sigma_{y_2}$ maka gaya ini berbeda. Bagian serat antara penampang 1 dan 2 tidak dapat seimbang, di bawah pekerjaan kedua gaya itu. Jadi ke arah bagian serat seharusnya bekerja suatu gaya lain yang memegang resultante kedua gaya normal itu dalam keadaan seimbang. Apabila kita pikirkan, bahwa hal ini berlaku untuk semua serat, maka dengan mudah dapat kita selidiki, gaya panjang manakah yang harus bekerja pada bagian pendukung yang terletak di atas bidang panjang antara penampang 1 dan 2 itu (lihat gamb. 17d). Di tempat penampang 2 bekerja pada bagian yang tersebut tadi, suatu gaya normal.

$$N_2 = \Sigma \sigma_{x_2} \cdot \Delta F = \Sigma \frac{y M_2}{I} \cdot \Delta F.$$

Pada penampang 1, gaya yang sesuai itu ialah:

$$N_1 = \Sigma \sigma_{x_1} \cdot \Delta F = \Sigma \frac{y M_1}{I} \cdot \Delta F.$$

Di dalam bidang panjang harus bekerja suatu gaya L yang sama dengan:

$$\begin{aligned} L &= N_2 - N_1 = \Sigma \frac{y M_2}{I} \cdot \Delta F - \Sigma \frac{y M_1}{I} \cdot \Delta F \\ &= \frac{M_2}{I} \Sigma y \cdot \Delta F - \frac{M_1}{I} \Sigma y \cdot \Delta F. \end{aligned}$$

Kedua jumlah itu bersangkutan dengan bagian penampang-penampang normal yang terletak di atas bidang panjang yang ditilik itu $\Sigma y \cdot \Delta F$ jadi sama dengan $\Sigma y \cdot \Delta F$ dan sama dengan momen statis bagian penampang normal yang terletak di atas bidang panjang yang ditilik itu, terhadap garisnetral. Apabila momen statis ini kita umpamakan dengan S , maka rumus yang terdahulu dengan:

$$\begin{aligned} S &= \Sigma y \cdot \Delta F = \Sigma y \cdot \Delta F = \Sigma y \cdot \Delta F \quad \text{berganti dengan} \\ L &= \frac{M_2 - M_1}{I} \Sigma y \cdot \Delta F = \frac{(M_2 - M_1) S}{I} \end{aligned} \quad (3)$$

Sesuai dengan yang dulu telah diterangkan (lihat bagian B), untuk penampang 1 dan 2 yang letaknya berjauhan dengan jarak kecil Δx $M_2 - M_1 = \Delta M = D \cdot \Delta x$, apabila D menjadi gaya melintang didalam bagian Δx ($D \sim D_1 \sim D_2$). Jadi:

$$L = \frac{(M_2 - M_1) S}{I} = \frac{\Delta M \cdot S}{I} = \frac{D \cdot \Delta x \cdot S}{I}$$

Apabila kita umpamakan, bahwa tegangan geser terbagi sama rata pada seluruh bidang $b \cdot \Delta x$, maka:

$$\tau = \frac{L}{b \cdot \Delta x} = \frac{D \cdot \Delta x \cdot S}{b \cdot \Delta x \cdot I} = \frac{DS}{bI} \quad (4)$$

Tegangan-tegangan geser di dalam penampang normal dapat kita uraikan dari yang ada di dalam bidang panjang dengan memakai dalil untuk tegangan geser di dalam bidang yang tegak satu sama lain. Dalil ini sudah diterangkan di dalam bagian B dan berbunyi: Tegangan-tegangan geser di dalam dua buah bidang tegaklurus satu sama lain, yang tegaklurus pada garispotong kedua bidang itu (atau komponennya yang tegaklurus pada garispotong) adalah sama besar. Kedua-duanya menuju kearah garispotong atau kedua-duanya menjauh dari garis potong. Menurut dalil ini dan rumus (4) tegangan geser di dalam penampang normal dapat terbagi tidak sama rata pada penampang. Pembicaraan selanjutnya tentang pembagian tegangan geser di dalam penampang normal dari bermacam-macam bentuk dari pendukung yang diberi beban lengkung, tidak diceritakan di sini.

§ 11. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Soal 10. Dari sebuah balok dengan profil I salah satu diantara sisi-sisinya diapit. Flens-flens terletak dalam sebuah bidang mendatar. Panjang bebas pendukung berjumlah 60 cm. Pendukung itu dibebani di dalam ujung yang bebas dengan gaya tegak dari 2000 kg. Tentukanlah nomor profil yang diperlukan.

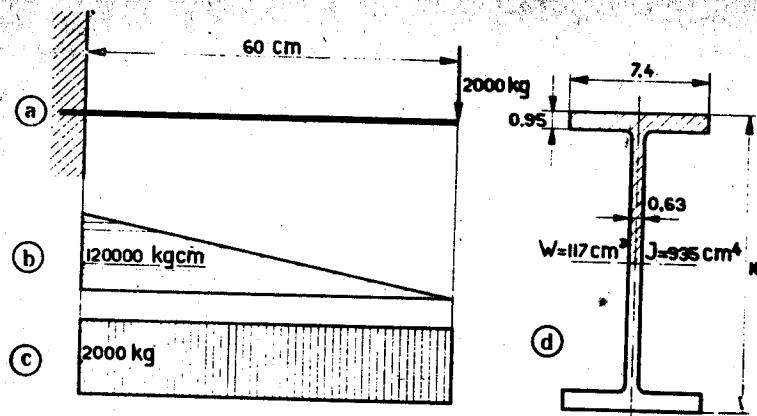
$$\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Hitunglah juga tegangan geser yang paling besar di dalam bidang dari lapisan netral.

Cara menghitung. (lihat gamb. 18). Momen pembengkok yang paling besar adalah sama dengan 120 000 kgcm.

Menurut $W = \frac{M_b}{\bar{\sigma}_b}$ kita mendapat:

$$W = \frac{120\,000}{1200} = 100 \text{ cm}^3.$$



Gamb. 18

Untuk ini telah dipilih profil I 16. Untuk profil ini momen tahanan ialah 117 cm^3 . Ini sudah lebih dari cukup. Tegangan panjang di dalam lapisan netral ditentukan oleh

$$\tau = \frac{DS}{bI}, \quad D \text{ ialah gaya melintang yang dipakai dan sama}$$

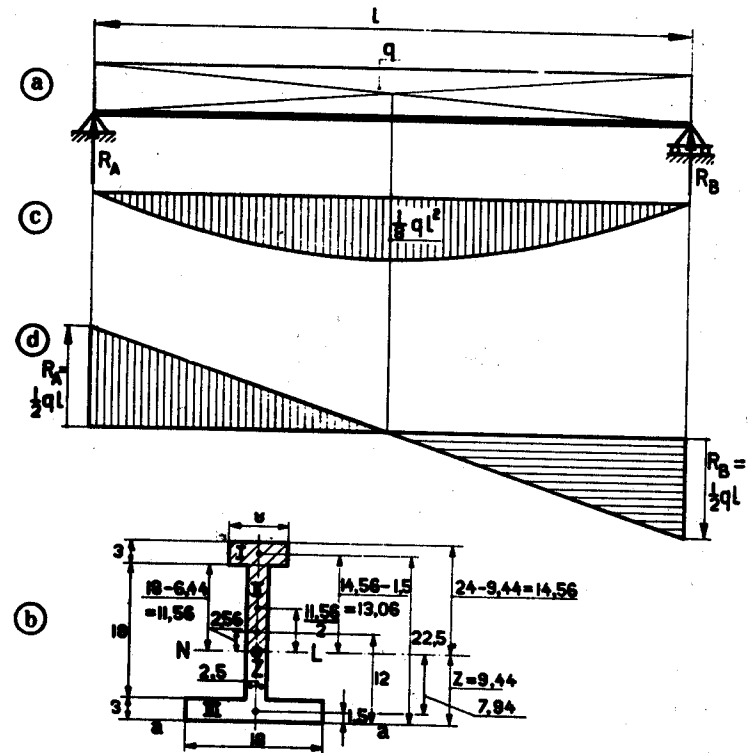
dengan 2000 kg. S ialah momen statis terhadap lapisan netral dari sebagian penampang normal balok, yang terletak di atas bidang panjang, dimana kita mau menghitung (jadi di sini di atas lapisan netral). S dapat kita hitung dengan mempelajari gambar 18; kita mendapat:

$$S = 7,4 \cdot 0,95 \left(8 - \frac{0,95}{2} \right) + 6,63 (8 - 0,95) \cdot \frac{8 - 0,95}{2} \sim 68 \text{ cm}^3$$

Ini cocok dengan nilai, yang diberikan di dalam daftar profil. Selanjutnya b ialah 0,63 cm dan I adalah 935 cm^4 . Sehingga

$$\tau = \frac{2000 \cdot 68}{0,63 \cdot 935} \sim 231 \text{ kg/cm}^2.$$

Soal 11. Sebuah balok besi tuang panjangnya 1,5 m pada ujungnya dipasang dan mempunyai profil seperti pada gambar 19b. Hitunglah pembebanan yang paling besar dan terbagi sama rata yang dapat mendukung balok itu pada seluruh panjangnya. Tegangan tarik yang diperbolehkan ialah 250 kg/cm^2 ; tegangan tekan yang diperbolehkan ialah, 750 kg/cm^2 . Kita dapat mengumpamakan bahwa balok itu dipasang sedemikian rupa, sehingga pembebanan yang terbagi sama rata dan yang dapat ditahannya, hendaknya sebagai-bagusnya.



Gamb. 19

Cara menghitung. Oleh karena balok itu pada ujungnya dipasang dan pada seluruh panjangnya mendukung pembebanan yang terbagi sama rata, momen pembengkok yang paling besar ialah $\frac{1}{8}ql^2$. Menurut rumus lengkung $M_b = \bar{\sigma}_t \cdot W$, q harus dihitung dari $\frac{1}{8}ql^2 = \bar{\sigma}_t \cdot W$.

Di dalam ini l ialah panjang balok, $\bar{\sigma}_t$ tegangan lengkung yang dibolehkan dan $W =$ momen tahanan penampang normal yang harus dihitung terhadap $N - L$. Supaya dapat menghitung momen tahanan yang dipakai itu, kita tentukan lebih dulu tempat titikberat. Perhitungan ini tersusun di dalam daftar berikutnya. Selain itu di dalam daftar itu juga dihitung momen kelembaman dan kedua momen tahanan yang kita butuhkan untuk dapat menghitung q .

Bagian	Perhitungan jarak dari titikberat sampai aa			Perhitungan I terhadap $N - L$	
	F dalam cm^2	z dalam cm	S dalam cm^3 $S = F \cdot z$	Momen-kelembaman sendiri dalam cm^4	$a^2 F$ dalam cm^4
I	$3 \cdot 8 = 24$	22,5	540	$\frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 3^3 = 18$	$13,06^2 \cdot 24 \sim 4094$
II	$2,5 \cdot 18 = 45$	12	540	$\frac{1}{12} \cdot 2,5 \cdot 18^3 = 1215$	$2,56^2 \cdot 45 \sim 295$
III	$3 \cdot 18 = 54$	1,5	81	$\frac{1}{12} \cdot 18 \cdot 3^3 \sim 41$	$7,94^2 \cdot 54 \sim 3404$
	<u>123</u>		<u>1161</u>		<u>7793</u>
				1274	1274
					<u>$I = 9067 \text{ cm}^4$</u>
	$z = \frac{1161}{123} \sim 9,44 \text{ cm}$			$W_1 = \frac{9067}{9,44} \sim 960 \text{ cm}^3$	
				$W_2 = \frac{9067}{14,56} \sim 623 \text{ cm}^3$	

Oleh karena momen tahanan sekarang telah diketahui, dapat kita menghitung momen pembengkok yang paling besar yang dapat diambil oleh balok:

a. apabila flens yang lebar terletak di bawah dan yang sempit di atas;

b. apabila flens yang sempit terletak di bawah dan yang lebar diatas.

Dalam hal a didalam flens yang lebar terjadi tegangan tarik dan didalam flens yang sempit terjadi tegangan tekan. Menurut rumus lengkung $M_1 = \bar{\sigma}_t \cdot W_1$ maka dapat ditahan momen pembengkok $M_1 = 250.960 = 240\ 000 \text{ kgcm}$,

sedangkan menurut $M_2 = \bar{\sigma}_t \cdot W_2$ $M_2 = 750.623 = 467250 \text{ kgcm}$. Kelihatannya momen pembengkok yang paling besar, dengan keadaan pendukung seperti ini, tidak boleh melebihi nilai $240\ 000 \text{ kgcm}$.

Dalam hal b $M_1 = \bar{\sigma}_t \cdot W_1 = 250.623 = 155\ 750 \text{ kgcm}$ dan $M_2 = \bar{\sigma}_t \cdot W_2 = 750.960 = 720\ 000 \text{ kgcm}$. Kedudukan ini jadi bertambah kurang baik, oleh karena sekarang hanya momen pembengkok yang besarnya $155\ 750 \text{ kgcm}$ dibolehkan. Untuk menghitung selanjutnya, hal a kita pertahankan. Pembebanan yang terbagi sama rata jadi ditentukan oleh :

$$\frac{1}{8}ql^2 = \bar{\sigma}_b \cdot W = 240\ 000 \text{ kgcm}.$$

Dari persamaan ini kita mendapat dengan $l = 150 \text{ cm}$.

$$q = \frac{8 \cdot 240\ 000}{150 \cdot 150} \sim 85,3 \text{ kg/cm}.$$

Sekarang hanya tinggal lagi menghitung tegangan panjang yang paling besar, yang terjadi di dalam lapisan netral dan dapat dihitung dari:

$$\tau = \frac{DS}{bI}.$$

S , b dan I mempunyai nilai yang sama di dalam tiap-tiap penampang normal D berubah-ubah dari penampang ke penampang. Nilai paling tinggi dari y dapat tercapai, dimana D mempunyai nilai yang paling tinggi. Menurut gambar 19d hal ini terdapat pada ujungnya. Di sana kita mendapat dengan mudah.

$$D = \frac{1}{8} \cdot 85,3 \cdot 150 \sim 6398 \text{ kg}.$$

Selanjutnya $b = 2,5 \text{ cm}$; $I = 9067 \text{ cm}^4$, S dapat dihitung seperti berikut :

$$S = 8.3.13,06 + 11,56.2,5 \frac{11,56}{2} \approx 480 \text{ cm}^3.$$

Dengan begitu kita mendapat $\tau = \frac{6398.480}{2,5.9067} \approx 135 \text{ kg/cm}^2$.

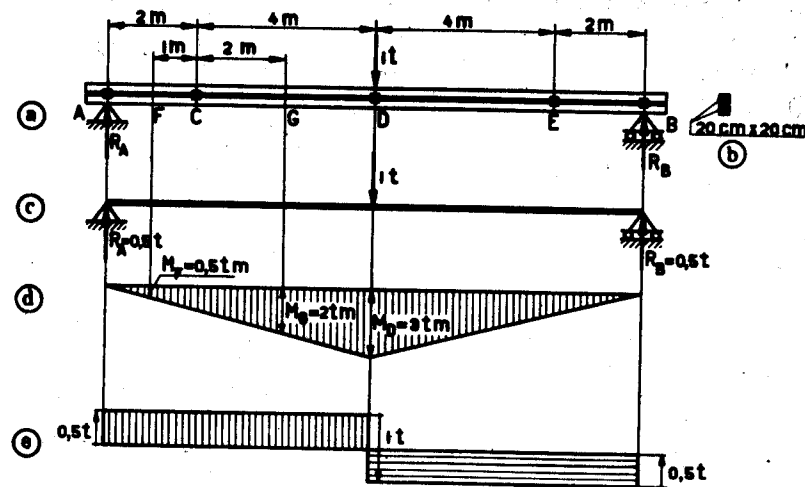
Soal 12. Dua buah balok dari kayu, panjang 12 m mempunyai penampang dari $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ dan terletak tersusun. Kedua balok itu diikat pada lima tempat dengan kumparan: pada ujungnya, di tengahnya dan pada jarak 2 m dari ujung sedemikian rupa, sehingga ia dapat dianggap sebagai satu balok. Balok yang diperdapat begini pada ujungnya dipasang dan di tengah-tengah dengan dibebani dengan beban tegak dari 1 t. Ditanyakan, berapakah kelima kumparan itu harus memberi tahanan.

Cara menghitung. Lihat gambar 20. Pendukung dibebani beban pembengkok dan geser. Bidang momen digambarkan di dalam gambar 20d. Di dalam pendukung terjadi gaya normal. Gaya panjang di dalam bidang-pisah kedua balok itu, di ambil oleh kumparan yang menghalangi pergeseran kedua bagian pendukung itu. Kita umpamakan, bahwa perbedaan gaya normal di dalam A dan gaya normal didalam C untuk sebagian diambil oleh kumparan pada ujung kiri dan untuk sebagian lagi oleh kumparan di C dan seterusnya. Kumparan di C jadi harus mengambil gaya panjang di dalam bidang-pisah balok itu antara penampang normal G dan F. Menurut rumus (3), apabila:

$$M_2 = M_G = 200\,000 \text{ kgcm}, M_1 = M_F = 50\,000 \text{ kgcm},$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 40^3 \text{ cm}^4 \text{ dan } S = 20 \cdot 20 \cdot 10 = 4000 \text{ cm}^3.$$

$$L = \frac{(M_2 - M_1)S}{I} = \frac{(200\,000 - 50\,000) \cdot 4000}{\frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 40^3} = 5625 \text{ kg}.$$



Gamb. 20

Dengan cara yang sama, kita juga mendapat, bahwa gaya yang di ambil oleh kedua kumparan yang paling luar, satu demi satu besarnya $\frac{50\,000 \cdot 4000}{\frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 40^3} = 1875 \text{ kg}.$

Soal 13. Dua buah rel dikeling sampai menjadi satu dengan kakinya berhadapan satu sama lain, yang dipasang pada ujung, sehingga bidang -pisahnya menjadi mendatar. Di tengah-tengah balok itu dibebani dengan gaya tegak. Jarak antara titik2-pasang adalah 2 m. Berapa besarkah gaya yang boleh menangkap di tengah-tengah balok dan berapakah jarak yang dibolehkan antara pasangan-pasangan baut (di dalam tiap-tiap penampang selalu dua buah). Tinggi rel itu ialah 13,5 cm, penampangnya 50 cm^2 , momen kelembaman terhadap garis mendatar melalui titik-berat ialah 1350 cm^4 , jarak antara titikberat dan kaki adalah 7 cm.

Tebal kaki 15 mm dan tebal baut 20 mm. Tegangan pembengkok yang dibolehkan $\bar{\sigma}_b = 1000 \text{ kg/cm}^2$, tegangan geser yang dibolehkan $\bar{\tau}_D = 800 \text{ kg/cm}^2$.

Menhitung. Bobot sendiri dianggap tidak ada. Apabila panjang pendukung itu l dan gaya P , momen pembengkok yang paling besar ialah $\frac{1}{4}Pl$, lihat bidangmomen dari gambar 20. Menurut rumus pembengkok, Hal ini harus sama dengan $\bar{\sigma}_b$, sehingga $\frac{1}{4}Pl = \bar{\sigma}_b \cdot W$ atau $P = \frac{4\bar{\sigma}_b \cdot W}{l}$.

Menurut soal, $\bar{\sigma}_b = 1000 \text{ kg/cm}^2$ dan $l = 2\text{m} = 200 \text{ cm}$.
 W kita hitung dari $W = \frac{I}{e}$.

$$I = 2(1350 + 7 \cdot 50) = 7600 \text{ cm}^4; W = \frac{7600}{13,5} \text{ cm}^3.$$

Apabila kita mengganti harga ini didalam $P = \frac{4\bar{\sigma}_b \cdot W}{l}$, maka kita mendapat:

$$P = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 7600}{200 \cdot 13,5} \approx 11 \text{ 300 kg}.$$

Gaya yang harus diambil oleh baut-baut dapat kita hitung dengan rumus:

$$L = \frac{(M_2 - M_1)S}{I} = \frac{DvS}{I}.$$

Momen-momen dapat kita cari dari bidang momen, lihat gambar 20d, gaya-gaya melintang dari bidang gaya melintang, lihat gambar 20e'). Apabila kita tinggal pada sesisi penampang normal yang paling tengah, maka perbedaan momen antara dua penampang normal yang terletak berjarauhan satu sama lain pada jarak v selalu sama besar, di mana juga kita ambil penampang itu Perbedaan yang dimaksud itu adalah sama dengan $Dv = \frac{1}{2}Pv$. Dengan ini kita mendapat untuk gaya, yang harus menahan satu pasang

$$\text{baut: } L = \frac{DvS}{I} = \frac{PvS}{2I}, \text{ apabila } v \text{ jarak dari 2 pasang baut}$$

Gambar-gambar ini berlaku untuk soal 12, tetapi dapat juga dipakai untuk soal ini, jika panjang l dalam soal 12 diganti dengan 2 m dan gaya l t dengan P .

yang saling menyusul. Jika baut-baut itu harus dihitung pada longsoran, maka $L = 2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D$. Dalam perhitungan ini, d : diameter dan $\bar{\tau}_D$ tegangan geser yang diperbolehkan. Jika rumus ini digantikan pada rumus yang terdahulu, maka:

$$2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D = \frac{PvS}{2I}, \text{ atau:}$$

$$v = \frac{\pi d^2 \bar{\tau}_D I}{PS}$$

Dari sini ternyata, sesudah penggantian nilai-nilai yang diketahui dan nilai-nilai yang dihitung:

$$v = \frac{3,14 \cdot 2^2 \cdot 800 \cdot 7600}{11 \text{ 300} \cdot 7,50} \approx 19,4 \text{ cm}.$$

Apabila baut yang paling luar ditempatkan pada 3,5 cm dari ujung-ujung, maka diantaranya dapat ditempatkan dengan ruang-ruang antara yang teratur, 9 pasang baut lagi.

8 12. Menghitung jarak-antara paku keling pada pendukung-pendukung yang dikonstruir.

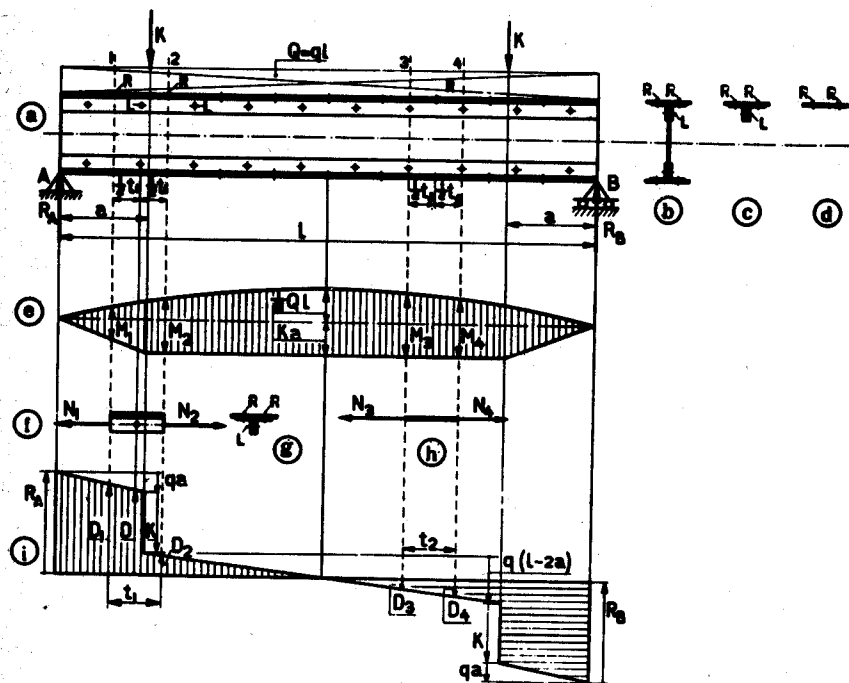
Lihat gambar 21. Kita anggap bahwa pasak-pasak dibagi teratur pada seluruh panjangnya dan untuk sementara kita umpamakan pula, bahwa pasak R berdiri pada jarak t_2 dan pasak-pasak L pada jarak t_1 . Biasanya kita mengambil $t_1 = t_2 = t$, dan kita biarkan „pasak-pasak R dan L meloncat $\frac{1}{2} t$ ”.

Mula-mula kita hitung t_1 . Untuk ini kita melihat kepada dua penampang normal 1 dan 2. Penampang 1 terletak pada jarak $\frac{1}{2}t_1$, sebelah kiri dari pasak L dan penampang 2, pada jarak $\frac{1}{2}t_1$, sebelah kanan dari pasak itu juga, Lihat gambar 21a dan 21f. Di dalam penampang 1 bekerja momen pembengkok M_1 , di dalam penampang 2 momen pembengkok M_2 . Apabila $M_2 > M_1$, maka tegangan normal di dalam titik-titik di penampang 2 lebih besar dari pada tegangan normal di dalam titik-titik yang sama dari penampang 1. Jadi hal ini juga berlaku untuk gaya normal dibagian-bagian yang sama tegak dan yang sama dan sebangun dari penam-

pang itu. Apabila sekarang kita namakan gaya normal yang bekerja ditempat penampang 2 pada pelat pinggir dan kedua baja sudut N_2 dan gaya yang bersangkutan ditempat penampang 1 N_1 , maka $N_2 > N_1$. Gaya $L = N_2 - N_1$ berdaya untuk menggeser pelat pinggir dengan kedua baja sudut kekanan sepanjang badan pendukung. Pasak L melawan penggeseran ini dan membuat sambungan dengan pelat badan. Pasak tersebut harus dapat mengambil gaya

$$L = N_2 - N_1 = \frac{(M_2 - M_1)S}{I}$$

Dalam rumus ini S ialah momen statis penampang normal di sepanjang pelat pinggir dan baja sudut, terhadap garisnetral dari seluruh penampang. I ialah momen kelemb-



Gamb. 21

baman seluruh penampang terhadap garisnetral. Apabila pasak sudah dipasang, seperti sebelum ini sudah diberikan, maka kita menurut teori harus memperhatikan kelemahan oleh pasak R. Untuk memudahkan perhitungan itu, biasanya hal ini tidak dipakai.

Pasak L dibebani terpotong-dua dengan beban geser dan dapat menahan, pada perhitungan waktu penggeseran, gaya dari $2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D$, apabila diameter baut d dan tegangan geser yang dibolehkan ialah $\bar{\tau}_D$.

Kadang-kadang dapat juga terjadi, bahwa tekanan tumpuan menjadi lebih besar. Apabila kita menghitung pada penumpuan, maka pasak itu hanya dapat memindahkan gaya $d\delta\sigma_s$. Didalam ini δ adalah tebal pelat badan dan σ_s tegangan penumpu yang dibolehkan. Dari yang sudah-sudah ternyata, bahwa dua syarat yang di bawah ini harus dipenuhi.

$$2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D > \frac{(M_2 - M_1)S}{I} \text{ dan } d\delta\sigma_s > \frac{(M_2 - M_1)S}{I}$$

Apabila kita namakan gaya melintang ditempat pasak LD , maka $M_2 - M_1 < Dt_1$ dan kedua syarat itu dapat kita uraikan menjadi:

$$2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D > \frac{Dt_1 S}{I} \text{ dan } d\delta\sigma_s > \frac{Dt_1 S}{I}$$

Dari ini kita uraikan lagi:

$$t_1 < \frac{2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D \cdot I}{DS}$$

dan

$$t_1 < \frac{d\delta\sigma_s I}{DS}$$

Yang paling kecil di antara kedua nilai t_1 , kita harus tahan. Apabila N kita namakan gaya, yang dapat menahan pasak itu, maka terjadilah rumus yang sederhana:

$$\text{Jarak-antara} = \frac{NI}{DS}, \text{ dimana } N = 2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D, \text{ atau}$$

$$N = d\delta\bar{\tau}_D.$$

Dalam banyak hal D berubah-ubah dengan tempat pasak L . Menurut teori kita akan dapat menempatkan L pada bermacam-macam jarak. Konstruksif hal ini sebetulnya tidak benar; karena itu, t_1 itu ditentukan pada tempat yang paling buruk dan kita pertahankan nilai (yang paling kecil) yang didapat untuk t_1 pada seluruh panjangnya.

Sekarang kita hitung jarak-antara t_2 untuk pasak R . Sesudah perhitungan dimuka tadi, perhitungan ini dapat kita pendekkan saja. Kita lihat dua penampang normal 3 dan 4 pada jarak $\frac{1}{2}t_2$, sebelah kiri dan sebelah kanan sepasang pasak R , dan mendapat dengan cara yang sesuai dengan perhitungan untuk t_1 :

$$t_2 < \frac{2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D I}{DS}$$

Luas penampang pasak R diambil *berganda*, oleh karena pasak R itu terdapat sepasang2 dan keduanya dibebani *terpotong satu* pada longsor. Perhitungan pada tumpuan biasanya di sini dapat dianggap tidak ada, samakanlah dengan bagian B . Terang sudah bahwa kita untuk S harus mengambil momen statis dari pinggir pelat terhadap garisnetral penampang normal. Perlemahan pasak, di sini tidak perlu diperhatikan. I adalah lagi momen kelembaman seluruh penampang normal terhadap garisnetral. Penampang normal ini biasanya dilemahkan oleh dua buah pasak L (satu pada sebelah atas dan satu lagi pada sebelah bawah). Dengan perlemahan pasak ini, kita harus berhati-hati; perbedaannya tidak mempunyai arti. D sekali lagi menjadi gaya melintang, d ialah diameter baut dan $\bar{\tau}_D$ adalah tegangan geser yang dibolehkan.

Peringatan. 1. Pada umumnya, $t_1 \neq t_2$, jadi kita pertahankan untuk kedua pasak L dan R jarak antara yang sekecil-kecilnya. Sudah tentu ini kita bulatkan dulu untuk mendapatkan penempatan pasak yang teratur kearah panjangnya.

2. Lebih baik kita menaruh pasak R dan L tidak didalam satu penampang; pada umumnya satu penampang, didalam mana pasak R ditempatkan terhadap yang lainnya, yang berdekatan betul dengan pasak L , meloncat pada separuh jarak-antara.

3. Apabila tidak ada pelat pinggir, kita tidak usah memperhatikan perlemahan pasak diwaktu menghitung S dan sejauh kita memakai I untuk menghitung jarak antara, juga pada perhitungan I itu.

4. Pada gelagar-gelagar yang tidak berbentuk prisma, kita harus menghitung momen perlembamannya pada tempat dimana D diambil. Hal ini terjadi pada gelagar-gelagar, dimana pelat badan pada ujung menjadi lebih rendah dan pada gelagar-gelagar dimana pelat pinggir hanya untuk separuhnya berjalan terus.

5. Karena sebab-sebab konstruktif, pasak itu kita tempatkan tidak jauh dari $6d$ à $8d$, juga apabila perhitungan-kuat membolehkan jarak yang lebih besar.

13. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Soal 14. Sebuah pendukung yang dikonstruir, panjang 5 m, pada ujungnya dipasang dan dibebani sama rata pada seluruh panjangnya. Pembebanan ini berjumlah 15 kg/cm (termasuk juga bobot sendiri). Penampang normal digambarkan didalam gambar 22. Pelat pinggir dikeling dengan paku keling yang mempunyai diameter 16 mm pada profil I. Hitunglah jarak-antara paku-paku keling itu. Tegangan geser yang dibolehkan ialah 600 kg/cm². Tegangan tumpuan yang dibolehkan ialah 1200 kg/cm². Jarak paku keling kare-

na sebab² praktis harus lebih kecil dari $6d$. Hitunglah tegangan lengkung yang paling besar, yang terjadi didalam pendukung.

Cara menghitung. Menurut paragraf sebelum ini, gaya geser L yang dapat mengambil sepasang paku keling adalah sama dengan:

$$L = \frac{(M_2 - M_1)S}{I}$$

Paku keling dibebani terpotong-satu pada penggeseran, sehingga $L = 2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \bar{\tau}_D$. Apabila kita menghitung kedua paku pada penumpuan, maka L tidak boleh meliwati nilai $2d\delta\sigma_s$. Jadi kita harus memenuhi syarat-syarat:

$$2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D > \frac{(M_2 - M_1)S}{I} \text{ dan } 2d\delta\sigma_s > \frac{(M_2 - M_1)S}{I}$$

Dengan $M_2 - M_1 = Dt$ rumus ini menjadi:

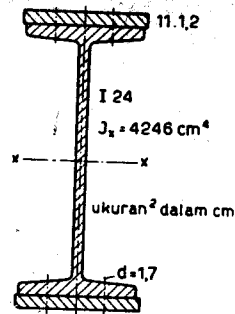
$$2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D > \frac{DtS}{I} \text{ dan } 2d\delta\sigma_s > \frac{DtS}{I}$$

Jarak antara t jadi seharusnya lebih kecil dari

$$\frac{\frac{\pi}{4} d^2 \bar{\tau}_D I}{DS} \text{ dan juga lebih kecil dari } \frac{2d\delta\sigma_s I}{DS}$$

Diwaktu menghitung I dan S perlambatan paku keling tidak boleh dihitung, oleh karena penampang normal, dimana gaya normal bekerja, yang berhubungan satu sama lain dengan M_2 dan M_1 , tidak meliwati paku keling. Momen perlambatan I dari seluruh gambar 22 terhadap XX adalah sama dengan:

$$I = 4246 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 11.1.2^3 + 2 \cdot 11.1.2.12.6^2 \approx 8440 \text{ cm}^4$$



Gamb. 22

Momen statis S didalam rumus berhubungan dengan momen penampang normal pada pelat pinggir terhadap garisnetral.

$$S = 11.1.2.12.6 \approx 166 \text{ cm}^3$$

Untuk D kita harus mengambil gaya melintang yang paling besar.

$$D = \frac{1}{2} \cdot 15.500 = 3750 \text{ kg}$$

Diameter lobang paku keling ialah 17 mm.

$$\delta = 1,2 \text{ cm. } \bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2 \quad \bar{\tau}_D = 600 \text{ kg/cm}^2$$

Dengan nilai ini kita mendapat rumus yang pertama:

$$t < \frac{3.14 \cdot 1.7^2 \cdot 600 \cdot 8440}{2 \cdot 3750 \cdot 166} \approx 36,9 \text{ cm};$$

Dari yang kedua menyusul:

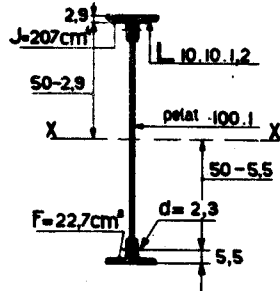
$$t < \frac{2 \cdot 1.7 \cdot 1.2 \cdot 1200 \cdot 8440}{3750 \cdot 166} \approx 66 \text{ cm}$$

Yang paling rendah dari nilai yang sudah dihitung itu lebih besar dari $6.1.7 = 10,2 \text{ cm}$; karena itu, kita pertahankan jarak-antara paku keling itu pada 10 cm. Tegangan lengkung yang paling besar ternyata dari:

$$\sigma = \frac{M_2}{W}; M_2 = \frac{1}{2} q l^2 = \frac{1}{2} \cdot 15.500^2 \text{ kgcm}$$

$$W = \frac{I}{e} = \frac{8440}{13,2} \text{ cm}^3. \text{ Dengan ini kita mendapat: } \sigma = \frac{15.500^2 \cdot 13,2}{8.8440} \approx 733 \text{ kg/cm}^2$$

Soal 15. Sebuah pendukung yang dikonstruir panjangnya 5 m dan mempunyai penampang normal menurut gambar 23. Pendukung itu pada ujungnya dipasang didalam dua titik tunjang yang sama tinggi dan di tengah-tengahnya dibebani dengan suatu gaya tegak dari P kg Bobotsendiri pendukung itu dianggap tidak ada saja. Berapakah besar P setinggi-tingginya, apabila tegangan lengkung yang paling besar = 1000 kg/cm^2 tidak boleh diliwati? Pada pendukung tersebut jarak antara baut-baut ialah t_1 . Berapa besarkah gaya yang diambil oleh tiap-tiap baut, yang diucapkan dalam t_1 itu.



Gamb. 23

Perhat. Pada rumus untuk t_1 , hendaknya bekerja dengan penampang yang tidak dilemahkan.

Cara menghitung. Menurut rumus lengkung

$$M_b = \bar{\sigma}_b W.$$

$$\text{Di sini } M_b = \frac{1}{4} P \cdot 500 \text{ kgcm. } W = \frac{I}{e}$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 100^3 + 4 \cdot 207 + 4(50 - 2,9)^2 \cdot 22,7 - 2(50 - 5,5)^2 \cdot 2,3 \cdot 3,4 \approx 254623 \text{ cm}^4.$$

$$W = \frac{254623}{50} \approx 5092 \text{ cm}^3. \frac{1}{4} P \cdot 500 = 1000 \cdot 5092 \text{ atau:}$$

$$P = \frac{5092 \cdot 1000}{125} \text{ kg} \approx 40,74 \text{ t.}$$

Menurut paragraf yang sebelum ini:

$$L = \frac{DvS}{I}$$

Di sini $D = \frac{1}{4} P$, $v = t_1$, I = momen-lembam penampang normal yang diperlemah terhadap garisnetral, S = momen momen statis penampang normal diatas baja sudut yang paling atas terhadap garisnetral seluruh penampang.

$$I = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 100^3 + 4 \cdot 207 + 4(50 - 2,9)^2 \cdot 22,7 \approx 285593 \text{ cm}^4.$$

$$S = 2 \cdot (50 - 2,9) \cdot 22,7 \approx 2138 \text{ cm}^3.$$

$$20370 \cdot t_1 \cdot 2138$$

$$\text{Kita mendapat dengan ini } L = \frac{20370 \cdot t_1 \cdot 2138}{285593} \approx 153 \text{ t. kg}$$

Soal 16. Bagian-bagian sebuah pendukung yang dikonstruir, lihat gambar 24 dan 25 dihubungkan satu sama lain oleh paku keling dari 22 mm (lobang paku keling itu ialah 23 mm). Pembebanan ialah menurut gambar 24. Tentukanlah jarak-antara paku-paku keling itu $\tau_D = \text{kg/cm}^2$. $\bar{\sigma}_b = 1800 \text{ kg/cm}^2$. Garis-sumbu paku keling, yang menghubungkan baja-baja sudut pada badan, terletak 6,5 cm dari pelat pinggir yang paling dekat. Kita harus memperhatikan perlemahan paku keling.

Cara menghitung Bidang momen dan bidang gaya melintang, lihat gambar 24, untuk pendukung yang diberikan itu sudah kita bicarakan di dalam bagian B. Tinjaulah kembali. Jarak-antara paku keling L dapat kita hitung dengan pertolongan rumus (5) dan (6), jadi dengan

$$t_1 < \frac{2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \tau_D \cdot I}{DS} \quad (5)$$

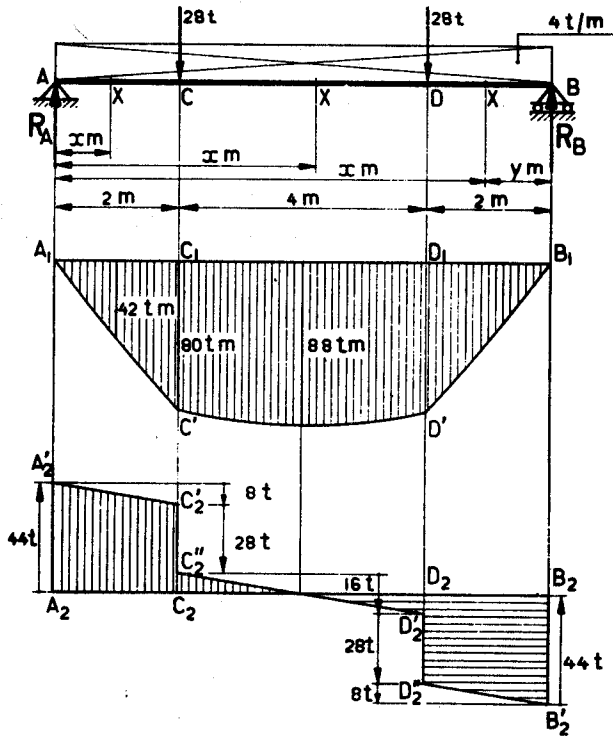
dan

$$t_1 < \frac{d \bar{\sigma}_b I}{DS} \quad (6)$$

Jarak-antara paku keling R ditentukan oleh :

$$t_2 \leq \frac{2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \bar{\tau}_D \cdot I}{DS}$$

Di dalam ketiga rumus itu kita mengambil untuk D gaya melintang yang paling besar, jadi D sama dengan 44 t.

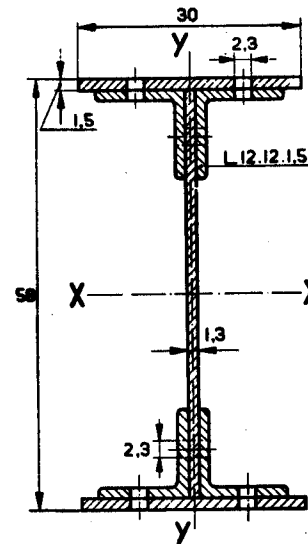


Gamb. 24

Di dalam rumus (5) dan (6) kita ambil untuk I momen perlembaman dari penampang normal pada gambar 25. Kita harus memperhatikan kelemahan oleh lobang paku keling (R) di dalam pelat pinggir dan di dalam flens-flens yang mendatar dari baja sudut. Momen perlembaman ini kita beri tanda dengan huruf I_x^1 . Di dalam rumus (7) momen perlembaman harus diambil dari penampang yang sama,

akan tetapi sekarang kita harus memperhatikan kelemahan oleh paku keling (L) di dalam flens-flens yang tegak baja sudut dan badan. Momen perlembaman ini kita namakan I''_x

Perhitungan I'_x dan I''_x disusun dalam daftar berikut-
(lihat bagian B). Pada perhitungan jarak-antara paku ke-



Gamb. 25

ling L , kita harus mengambil untuk S , momen statis terhadap garis-netral penampang normal pada seluruh pelat pinggir, dan dua buah baja sudut, lihat gambar 21c. Penampang ini dapat dibutuhkan untuk sepasang paku keling R . Jadi kita harus memperhatikan perlemahan penampang oleh dua buah lobang paku keling R . Momen statis yang bersangkutan kita namakan S' .

Pada perhitungan jarak-antara paku keling R , S seharusnya menjadi momen statis terhadap garisnetral penampang normal pada pelat pinggir. Momen ini kita umpamakan S'' .

$$S'' = 30.1,5.28.25 + 2.33,9.23,99$$

$$-2.27, 5.2, 3. (1.5 + 1.5) \approx 2530 \text{ cm}^3.$$

$$S'' = 30.1, 5.28, 25 \approx 1271 \text{ cm}^3.$$

Dengan nilai yang diberikan dan nilai-nilai yang telah dihitung kita mendapat:

$$t_1 < \frac{3,14.2,3^3.900.148798}{2.44000.2530} \approx 10 \text{ cm dan}$$

$$t_1 < \frac{2,3.1,3.1800.148798}{44000.2530} \approx 7,2 \text{ cm. Kita pertahankan}$$

$$t_1 = 7 \text{ cm.}$$

Selanjutnya kita mendapat untuk t_2 :

$$t_2 < \frac{3,14 \cdot 2,3^3 \cdot 900 \cdot 160960}{2 \cdot 44000 \cdot 1271} \sim 21,5 \text{ cm.}$$

Kita mengambil t_2 lebih kecil dan sama dengan

$$t_2 = 2t_1 = 14 \text{ cm.}$$

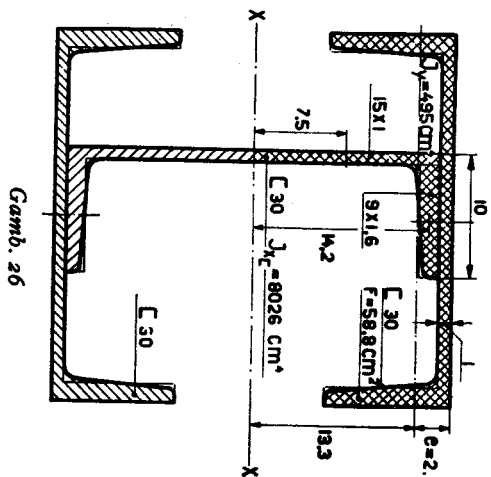
Pertanyaan. Apabila kita anggap perlemahan paku keling tidak ada, maka kita mendapat:

$$t_1 > \frac{2,3 \cdot 1,3 \cdot 1800 \cdot 169692}{44000 \cdot 2892} \sim 7,2 \text{ cm.}$$

$$\text{dan } t_2 > \frac{3,14 \cdot 2,3^3 \cdot 900 \cdot 169692}{2 \cdot 44000 \cdot 1271} \sim 22,6 \text{ cm.}$$

Hasil terakhir, seperti di atas, dapat kita samakan dengan $t_1 = 7 \text{ cm}$, $t_2 = 14 \text{ cm}$.

Soal 17. Sebuah balok dengan penampang normal dari



gambar 26, panjang 5 m dan ditengah-tengahnya dibebani dengan tegangan panjang dari 10 t. Ditanyakan tegangan normal yang paling besar. Hitunglah juga gaya geser, yang harus dapat menahan sebuah baut, apabila jarak baut itu 10 cm. Perlemahan baut diumpamakan tidak ada.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan yang serupa pada pembebanan yang terbagi sama rata dari 4 t/m.

Bagian	F dalam cm ³	a dalam cm	a ³ F dalam cm ⁴	Momen perlemahan sendiri dalam cm ⁴
I	55 · 1,3 = 71,5	—	—	$\frac{1}{12} \cdot 1,3 \cdot 55^3 \sim 18024$
II	4 · 33,9 = 135,6	27,5 — 3,51 = 23,99	4 · 23,99 ³ · 33,9 ~ 78041	4 · 446 ~ 1784
III	2 · 30 · 1,5 = 90	29 — 0,75 = 28,25	2 · 28,25 ³ · 30 · 1,5 ~ 71826	$2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 1,5^3 \sim 17$
			149867	19825
				149867
				$I_X \sim 169692 \text{ cm}^4$
Perlemahan paku keling di pinggir	4 · 2,3 · (1,5 + 1,5) = 27,6	29 = 1,5 = 27,5	27,5 ³ · 27,6 ~ 20873	$4 \cdot 2,3 \cdot 3^3 \sim 21$
			21	12
			20894	
				$I_X = 169692 \text{ cm}^4$
				20894 cm ⁴
				$I_X = 148798 \text{ cm}^4$
Perlemahan paku keling di badan	2 · 2,3(1,5 + 1,3 + 1,5) ~ 19,78	21	~ 8723	$2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 4,3 \cdot 2,3^3 \sim 9$
			9	
			8732	
				$I_X = 169692 \text{ cm}^4$
				8732 cm ⁴
				$I_X = 160960 \text{ cm}^4$

Cara menghitung. Sekarang kita serahkan lebih banyak kepada pembaca dan kita pandang cukup untuk memberi beberapa petunjuk saja.

$$I = 8026 + 2.495 + 2.13,3^2 \cdot 58,8 \sim 29818 \text{ cm}^4.$$

$$S = 58,8 \cdot 13,3 + 15,1 \cdot 7,5 + 9,1 \cdot 6,14 \cdot 2 \sim 1099 \text{ cm}^3.$$

$$W = \frac{I}{e} = \frac{29818}{16} \sim 1864 \text{ cm}^3.$$

$$\tau = \frac{DS}{bI} = \frac{5000 \cdot 1099}{1 \cdot 29818} \sim 184 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma = \frac{M_b}{W} = \frac{1 \cdot 10000 \cdot 500}{1864} \sim 671 \text{ kg/cm}^2.$$

$$L = \frac{DvS}{I} = \frac{5000 \cdot 10 \cdot 58,8 \cdot 13,3}{29818} \sim 1311 \text{ kg}.$$

Perhatikan perbedaan S di dalam rumus untuk L dan untuk τ !

Pada pembebanan yang terbagi sama rata:

$$D = 10 \text{ t, jadi } \tau = 368 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma = \frac{40 \cdot 500^2}{8 \cdot 1864} \sim 671 \text{ kg/cm}^2. \quad L \sim 2622 \text{ kg}.$$

§ 14. Soal-soal.

26. Sebuah balok segipanjang lebar b dan tinggi h , dibebani dengan beban lengkung dan beban geser. Di penampang normal gaya melintang sama dengan D (D dalam arah h). Tunjukkanlah, bahwa tegangan geser dalam titik-titik sebuah garis, dalam jarak y sejajar dengan lapisan netral, adalah sama dengan:

$$\tau_y = \frac{D}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

I adalah momen perlambaman yang dipakai. Buatlah

gambaran secara grafik dari τ_y . Nyatakanlah $\tau_{maks} = \frac{3}{2} \frac{D}{bh}$.

27. Sebuah balok mendatar, panjang 70 cm, dengan penampang segi-panjang, pada satu sisi diapit dan pada ujung bebas dibebani dengan gaya yang tegak dari 500 kg. Hitunglah ukuran penampang normal. $\bar{\sigma}_b = 80 \text{ kg/cm}^2$. $h = 2b$. Hitunglah juga tegangan geser yang paling besar. Buatlah grafik dari tegangan geser di dalam penampang normal pada apitan. Apakah pembagian tegang ini berbeda dengan pembagian tegang di dalam penampang normal yang sembarangan?

28. Sebuah balok mendatar dari profil-I (badannya tegak) panjangnya 100 cm, pada satu sisi diapit dan di dalam ujung yang lain dibebani dengan gaya tegak dari 200 kg. Tentukanlah nomor profil yang dibutuhkan, apabila $\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Hitunglah tegangan geser di dalam lapisan netral.

29. Sebuah balok mendatar panjangnya 3 meter, pada ujung-ujungnya ditunjang dan mendukung pada seluruh panjangnya pembebanan yang terbagi sama rata dari 600 kg/m. Tentukanlah nomor profil yang dibutuhkan, apabila yang diambil profil-I dan $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Hitunglah juga tegangan geser yang paling besar di dalam balok. Buatlah grafik tentang tegangan-tegangan geser di dalam bermacam-macam bidang panjang, di tempat sebuah penampang normal yang sudah ditentukan.

Perhat. Flens-flens didekatilah dengan segi-segi panjang.

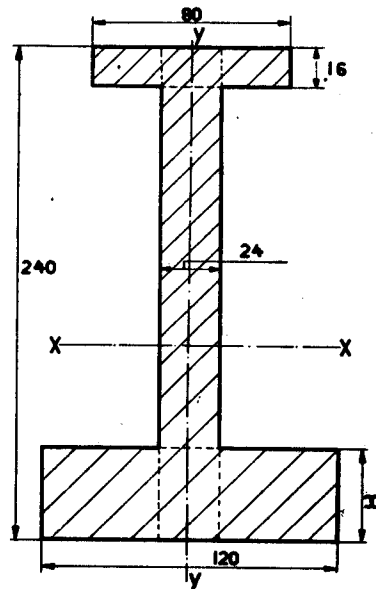
30a. Sebuah balok besi tuang mempunyai profil seperti yang terlihat pada gambar 27. Ujung-ujung balok itu dipasang pada dua titik penunjang yang sama tingginya. Hitunglah panjang l yang paling besar, yang boleh dipunyai oleh balok ini, apabila pembebanan yang terbagi sama rata adalah

sama dengan 600 kg/cm dan $\bar{\sigma}_s = 750 \text{ kg/cm}^2$, $\bar{\sigma}_c = 250 \text{ kg/cm}^2$. $x = 24 \text{ mm}$.

Buatlah grafik tentang tegangan geser di dalam penampang normal balok itu, dimana gaya geser yang paling besar bekerja. Bagilah untuk itu tinggi penampang dengan garis yang sejajar dengan garisnetral dalam beberapa bagian dan hitunglah juga tegangan geser itu. Tentukanlah dari ini tegangan geser yang paling besar.

30b. Seperti soal 2, akan tetapi sekarang $x = 16 \text{ mm}$.

31. Menurut bagian B dan bagian C tegangan geser itu



Gamb. 27

tegaklurus pada garispotong dua buah bidang tegak yang satu sama lainnya sama. Oleh karena tegangan geser, di dalam bidang panjang di tempat satu penampang normal, berbeda, maka hal itu harus juga berlaku untuk tegangan geser di dalam bermacam-macam titik-titik di sebuah penampang normal. Pembagian tegangan di dalam penampang semacam itu jadi tidak teratur, akan tetapi memperlihatkan gambar yang serupa dengan pembagian tegangan geser di dalam bidang panjang. Tegangan geser yang paling besar τ_n , di dalam penampang normal sebuah profil-I terjadi di tempat lapisan netral dan adalah sama dengan tegangan geser τ_{maks} di penampang panjang τ_n hanya berbeda sedikit dari tegangan geser, yang kita dapat membagi gaya melintang dengan luas penampang normal badan. Hitunglah sekali lagi untuk soal 29. Dapatkah anda juga menerangkan hal ini?

32. Tegangan geser yang paling besar di dalam penampang normal sebuah balok, yang dibebani beban lengkung dan beban geser ialah

$$\tau_{maks} = \frac{3}{2} \frac{D}{bh}$$

apabila D gaya melintang, b ialah lebar dan h tingginya. Apakah dasar rumus ini?

33. Sebuah balok ABCD yang melintang dan berbentuk prisma, mempunyai penampang normal segipanjang ($b = 20 \text{ cm}$ dan mendatar, $h = 24 \text{ cm}$) dan ditunjang di ujung A dan D. $AB = CD = 75 \text{ cm}$; BC adalah sembarang. Di B dan C diberi gaya-gaya P yang tegak. Hitunglah nilai yang paling tinggi yang boleh dipunyai oleh P , apabila $\bar{\sigma}_s = 60 \text{ kg/cm}^2$ dan $\bar{\tau}_s = 15 \text{ kg/cm}^2$.

34. Balok-balok pendek, yang dibebani dengan beban lengkung dan beban geser, harus kita hitung kembali pada penggeseran. Dalam hubungan ini kita sebut panjang yang kritis, l_k , dari balok itu; panjang ini adalah panjang, di ma-

na tegangan lengkung yang dibolehkan dan tegangan geser yang dibolehkan tercapai pada waktu yang sama. Tunjukkanlah, bahwa panjang yang kritis sebuah balok yang mendatar dengan profil-I, yang dipasang pada ujung-ujungnya, dan pada seluruh panjangnya yang terbagi sama rata, mendukung pembebanan yang tegak, sama dengan:

$$l_k = \frac{4W_x \bar{\sigma}_b S}{\bar{\tau}_D \delta I_x}$$

W_x disini adalah momen tahanan yang terpakai; I_x ialah momen kelembaman yang terpakai; $\bar{\sigma}_b$ ialah tegangan lengkung yang dibolehkan; $\bar{\tau}_D$ ialah tegangan geser yang dibolehkan; S adalah momen statis bagian penampang normal, yang terletak di atas garisnetral terhadap garisnetral, δ ialah tebal badan profil-I.

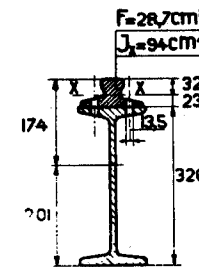
35. Panjang kritis l_k dari sebuah balok yang mendatar dengan profil-I, apabila pendukung pada ujung-ujungnya ditunjang dan di tengah-tengahnya mendukung suatu beban yang tegak P , sama dengan:

$$l_k = \frac{2W_x \bar{\sigma}_b S}{\bar{\tau}_D \delta I_x}$$

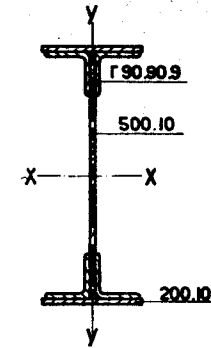
Buktikanlah rumus itu. Hitunglah l_k untuk profil I 14. $\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$. $\bar{\tau}_D = 960 \text{ kg/cm}^2$.

36. Rel-rel sebuah keran jalan, menurut gambar 28 disambung dengan sebuah profil-I. Hitunglah jarak paku-paku keling (baut-baut) yang menyambung profil-rel dengan profil-I. Gaya melintang yang paling besar ialah $5t$, $\bar{\tau}_D = 1000 \text{ kg/cm}^2$.

37. Sebuah balok yang mempunyai profil seperti di atas (lihat gambar 29) panjangnya 12 m, pada ujung-ujungnya dipasang dan pada seluruh panjangnya dibebani sama rata dengan beban q . Hitunglah q , apabila $\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Hitunglah jarak-antara paku keling di pelat pinggir dan jarak-antara paku keling di pelat badan. Hitunglah dengan gaya melintang yang besar, yang terjadi di dalam balok itu.



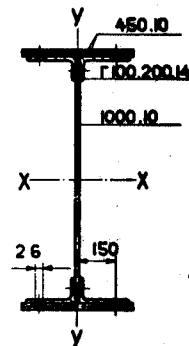
Gamb. 28



Gamb. 29

Diameter paku keling adalah 16 mm $\bar{\tau}_D = 900 \text{ kg/cm}^2$. $\bar{\sigma}_b = 1800 \text{ kg/cm}^2$.

38. Sebuah balok yang mendatar dengan profil seperti yang tergambar disebelah ini (lihat gambar 30) panjangnya 14 m. Pada ujung-ujungnya ditunjang dan pada seluruh panjangnya itu, dibebani dengan beban yang terbagi sama rata dari $q \text{ kg/m}$. Hitunglah q , apabila $\bar{\sigma}_b = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Hitunglah jarak-antara paku keling di pelat pinggir dan dipelat badan, apabila kita harus menghitung dengan gaya melintang yang paling besar, yang terjadi di balok itu. (Diameter paku keling ialah 16 mm $\bar{\tau}_D = 900 \text{ kg/cm}^2$, $\bar{\sigma}_b = 1800 \text{ kg/cm}^2$).



Gamb. 30

39. Sebuah balok yang mendatar panjangnya 16 m pada ujung-ujungnya A dan B ditunjang dan mendukung pada seluruh panjangnya itu beban tegak yang terbagi sama rata dari 600 kg/m . Kita pilih untuk balok ini profil I-34 dengan pelat pinggir pada sebelah atas dan sebelah bawah. Hitunglah banyaknya dan panjang teoritis dari tiap-tiap pelat pinggir, apabila ia pada sisi flens-flens profil-I menonjol keluar 7 mm dan ebalnya 12 mm. Tentukanlah jarak-antara

teoritis dari paku keling yang menyambung sepasang pelat pinggir dengan profil-I juga jarak antara teoritis dari paku keling dimana dihubungkan 2 pasang pelat pinggir dengan profil-I d.s.b. Pada perhitungan ini setiap kali kita harus menghitung dengan gaya melintang di permulaan pelat pinggir yang baru. Diameter paku keling adalah 19 mm. $\bar{r}_D = 1120 \text{ kg/cm}^2$. $\sigma_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$ (lihat N 1008, keterangan-keterangan untuk paku keling dari bd. 34).

40. Penampang normal sebuah balok terdiri atas pelat pinggir yang tegak dan pada sisi atas dan juga pada sisi bawah diperkuat dengan dua buah baja sudut. Ukuran pelat pinggir adalah 500 mm \times 10 mm; baja sudut mempunyai profil 110 \times 110 \times 12. Di tengah-tengah pendukung itu diperkuat oleh 2 \times 3 pelat pinggir dari 280 mm \times 12 mm. Berapakah panjang yang dibolehkan untuk pendukung yang digambar itu pada pembebanan yang terbagi sama rata dari 8 t/m? $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Perlemahan paku keling dianggap tidak ada. Hitunglah panjang teoritis dari tiap pasang pelat pinggir (lihat juga soal 24). Hitunglah seterusnya jarak-antara teoritis dari paku keling yang menyambung baja sudut dengan pelat badan ditempat tiga pasang, dua pasang, sepasang dan nol pasang pelat pinggir. Hitunglah setiap kali dengan gaya melintang pada permulaan pelat pinggir yang baru.

Diameter paku keling ialah 19 mm. $\bar{r}_D = 1120 \text{ kg/cm}^2$. $\bar{\sigma}_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$.

PELAJARAN IV.

Gelagar-gelagar Gerber

§ 15. Pendahuluan.

Menyimpang dari bentuk pembuatan gordeng-gordeng baja atau kayu, yang telah kita bicarakan dalam pelajaran pertama dari bagian ini, sering kali gordeng-gordeng itu dikerjakan sebagai pendukung berjalan terus. Konstruksi secara ini membawa kita kepada profil yang lebih kecil dan tidak terbatas sampai pada gordeng-gordeng itu saja, akan tetapi pada pemakaian yang lebih luas. Pendukung yang berjalan terus itu termasuk hal-hal yang statis dan tidak ditentukan, dan telah dibicarakan dalam bagian D. Seorang konstruktur Jerman bernama Gerber, telah membuat lain ragam untuk pendukung berjalan terus itu, yang juga menyebabkan konstruksi-konstruksi lebih ringan dan seterusnya dapat kita hitung dengan menggunakan ilmu statika. Gerber mengerjakan pendukung itu dalam bagian-bagian yang menghubungkan satu sama lain secara engsel. Engsel ini tidak terletak di atas titik-titik penunjang, akan tetapi diantaranya. Lihat contoh engsel S dalam gambar 31a dan engsel S₁ dan S₂ dalam gambar 32a. Penjelasan lebih luas tentang konstruksi ini dan pembicaraan tentang untung-rugi cara konstruksi ini, seterusnya tidak kita lanjutkan. Hal itu termasuk ilmu-konstruksi. Kita disini terbatas, hanya membicarakan tentang beberapa buah gelagar-gelagar. Sungguhpun banyak gordeng-gordeng dibebani dengan beban lengkung berganda, akan tetapi kita hanya membicarakan tentang balok, yang dibebani menurut satu bidang simetri. Untuk para pembaca tentu tidak begitu sukar lagi untuk menggabungkan hasil-hasil pelajaran ini dengan hasil-hasil pelajaran I.

§ 16. Pembicaraan secara analitis tentang beberapa gelagar-gelagar Gerber. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Soal 18. Tentukanlah untuk sebuah gelagar-Gerber dari gambar 31a reaksi R_A , R_B dan R_C sebagai fungsi dari y . Buatlah rumus untuk momen lengkung M_x dipenampang normal yang sembarangan X dari medan AB, medan BS dan medan SC. Tentukanlah momen lengkung yang paling besar di dalam tiap-tiap medan apabila $y = \frac{1}{2}l$. Gambarkanlah untuk hal semacam ini garismomen dan garis gaya melintang.

Cara menghitung I. Menentukan reaksi.

Pada seluruh pendukung bekerja: beban yang terbagi sama rata dan reaksi di A, B dan C. Reaksi-reaksi ini tegak lurus pada ABC, oleh karena titik penunjang di B dan di C adalah pasangan bergolong. Kita tidak dapat dengan segera menentukan reaksi syarat-syarat seimbang seluruh pendukung itu. Dari itu kita lihat dulu bagian SC, lihat gambar 31b. Pembagian yang sama rata untuk bagian ini ialah qy dan menghendaki dua reaksi yang sama besar didalam C dan S.

$$R_C = R_S = \frac{1}{2}qy.$$

Kedua reaksi yang lain, R_A dan R_B , dapat kita tentukan apabila kita perhatikan seimbangnnya bagian AS, lihat gambar 31c. Pada bagian ini, bekerja pada seluruh panjangnya, beban yang terbagi sama rata sebesar $q(2l - y)$; titik-engsel S ada tekanan dari bagian kanan, besarnya $\frac{1}{2}qy$; di A reaksi R_A yang belum diketahui dan di B, reaksi R_B yang belum diketahui.

R_A dapat kita hitung dengan memakai dalil momen terhadap B. Jadi kita mendapat:

$$0 = R_A l - q(2l - y) \left\{ \frac{2l - y}{2} - (l - y) \right\} + \frac{1}{2}qy(l - y)$$

$$R_A = \frac{q\{(2l - y)y - y(l - y)\}}{2l} = \frac{1}{2}qy.$$

Apabila kita memakai dalil momen ini terhadap A, maka kita mendapat:

$$0 = \frac{1}{2}q(2l - y)^2 + \frac{1}{2}qy(2l - y) - R_B l$$

atau:

$$R_B = \frac{q(2l - y)(2l - y + y)}{2l} = q(2l - y).$$

II. Rumus-rumus untuk momen pembengkok.

Untuk momen pembengkok M_X di titik X yang sembarang dari medan AB kita mendapat:

$$M_X = R_A x - \frac{1}{2}qx^2 = \frac{1}{2}qyx - \frac{1}{2}qx^2.$$

Rumus ini dapat terpakai jika $0 < x < l$.
Untuk medan BS:

$$M_X = R_A x - \frac{1}{2}qx^2 + R_B(x - l).$$

$$\text{atau } M_X = \frac{1}{2}qyz - \frac{1}{2}qx^2 + q(2l - y)(x - l)$$

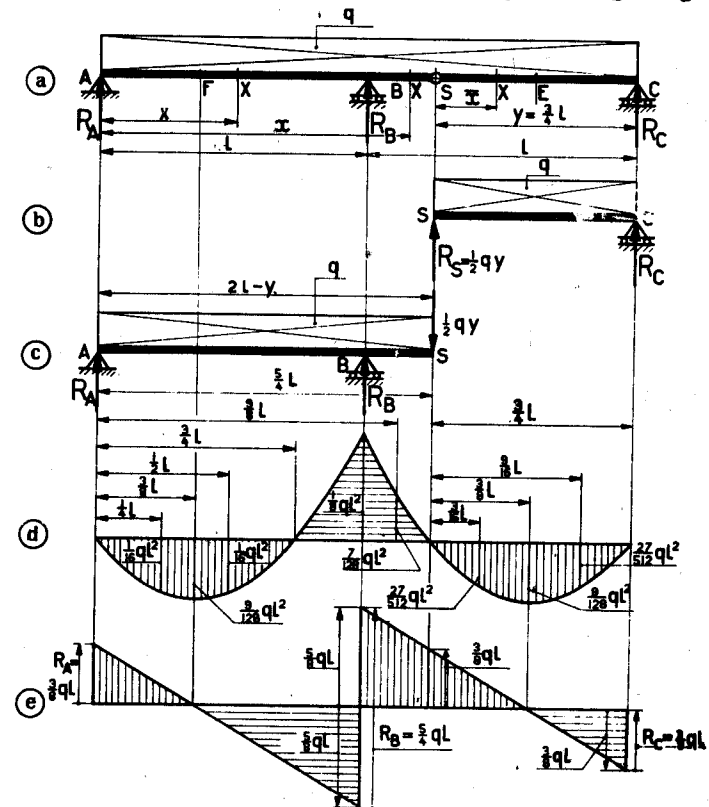
Rumus ini berlaku untuk $l < x < 2l - y$.

Di medan SC kita ambil jarak \bar{x} dari penampang normal yang sembarangan X sampai S. Untuk medan ini, \bar{x} berubah-ubah antara 0 dan y. Untuk nilai-nilai \bar{x} ini:

$$M_X = \frac{1}{2}qy\bar{x} - \frac{1}{2}q\bar{x}^2.$$

III. Rumus untuk M_X yang termasuk pada $y = \frac{1}{2}l$.

Dari rumus-rumus yang didapat, dapat dilihat, bahwa garis momen terdiri atas potongan-potongan lengkung.



Gamb. 31

Garismomen ini harus kita gambarkan untuk $y = \frac{3}{4}l$.

Untuk nilai y ini, rumus yang diuraikan itu berubah menjadi seperti berikut:

Medan AB $0 < x < l$.

$$M_x = \frac{1}{8}qlx - \frac{1}{2}qx^2.$$

Medan BS $l < x < \frac{5}{4}l$.

$$M_x = \frac{13}{8}qlx - \frac{1}{2}qx^2 - \frac{5}{4}ql^2.$$

Medan SC $0 < \bar{x} < \frac{3}{4}l$.

$$M_x = \frac{1}{8}ql\bar{x} - \frac{1}{2}q\bar{x}^2.$$

IV. Rumus, untuk D_x yang termasuk pada $y = \frac{3}{4}l$.

Supaya dapat mencari nilai tertinggi dari momen pembengkok, kita lebih dulu menentukan rumus untuk gaya melintang.

Medan AB $0 < x < l$.

$$D_x = R_A - qx = \frac{3}{4}ql - qx.$$

Medan BS $l < x < \frac{5}{4}l$.

$$D_x = R_A - qx + R_B = \frac{13}{8}ql - qx.$$

Medan SC $0 < \bar{x} < \frac{3}{4}l$.

$$D_x = R_S - q\bar{x} = \frac{3}{4}ql - q\bar{x}.$$

V. Momen lengkung yang paling besar, yang termasuk pada $y = \frac{3}{4}l$.

Nilai-nilai ekstrim momen bengkok dapat terjadi di dalam penampang untuk mana $D_x = 0$. Di medan AB, D_x menjadi nol, apabila $\frac{3}{4}ql - qx = 0$, jadi untuk $x = \frac{3}{4}l$. Untuk ini termasuk titik F.

$$M_F = \frac{1}{8}ql \cdot \frac{3}{4}l - \frac{1}{2}q\left(\frac{3}{4}l\right)^2 = \frac{9}{128}ql^2.$$

Untuk medan BS, $D_x = \frac{13}{8}ql - qx$. Dari $D_x = \frac{13}{8}ql - qx = 0$ ternyata $x = \frac{13}{8}l$. Oleh karena rumus yang dipakai,

hanya berlaku jika $l < x < \frac{5}{4}l$, maka garismomen di medan BS tidak mempunyai nilai-nilai ekstrim. Nilai tertinggi untuk M_x di medan terjadi di dalam B. Untuk penampang ini $x = l$ dan $M_B = \frac{1}{8}ql^2 - \frac{1}{2}ql^2 = -\frac{3}{8}ql^2$.

Sekarang kita periksa dulu medan SC. Apabila kita umpamakan $D_x = \frac{3}{4}ql - q\bar{x} = 0$, maka kita mendapat, dengan $\bar{x} = \frac{3}{4}l$, momen lengkung ekstrim untuk medan SC, di tengah-tengah E.

$$M_E = \frac{1}{8}ql\left(\frac{3}{4}l\right) - \frac{1}{2}q\left(\frac{3}{4}l\right)^2 = \frac{9}{128}ql^2.$$

VI. Garis- M_x dan garis- D_x .

Selain momen lengkung besar yang ini, kita menentukan momen lengkung untuk beberapa penampang normal. Hasil perhitungan itu diambil dari daftar berikut. Di dalamnya juga terdapat beberapa nilai dari gaya melintang. Dengan menggunakan daftar itu, garis- M_x digambarkan, lihat gambar 31d, dan garis- D_x dari gambar 31e.

Medan	$x (\bar{x})$	M_x untuk $y = \frac{3}{4}l$	D_x untuk $y = \frac{3}{4}l$
AB	0	0	$\frac{3}{4}ql$
	$\frac{1}{4}l$	$\frac{1}{16}ql^2$	
	$\frac{3}{4}l$	$\frac{9}{128}ql^2$	
	$\frac{1}{2}l$	$\frac{1}{16}ql^2$	
	$\frac{3}{4}l$	0	
BS	l	$-\frac{3}{8}ql^2$	$-\frac{3}{8}ql$
	$\frac{9}{8}l$	$-\frac{7}{128}ql^2$	
	$\frac{5}{4}l$	0	$\frac{3}{4}ql$
SC	0	0	$\frac{3}{4}l$
	$(\frac{3}{16}l)$	$\frac{27}{512}ql^2$	
	$(\frac{3}{4}l)$	$\frac{9}{128}ql^2$	
	$(\frac{9}{16}l)$	$\frac{27}{512}ql^2$	
	$(\frac{3}{4}l)$	0	$-\frac{3}{4}ql$

Peringatan. 1. Momen lengkung yang paling besar dipendukung itu dengan tidak memakai tanda, adalah sama dengan $\frac{1}{2}ql^2$. Pendukung itu harus mempunyai profil yang sama seperti pendukung, yang bersusun dari dua bagian dengan panjang l , dipasang pada ujungnya. Penempatan engsel di sini tidak membawa keuntungan.

2. Reaksi di A untuk semua nilai dari y sama dengan yang di C , karena kedua reaksi itu adalah sama dengan $\frac{1}{2}qy$.

3. Momen lengkung yang paling besar di medan SC untuk semua nilai dari y adalah sama dengan momen lengkung yang paling besar di medan AB . Kita dapat menerangkan ini sebagai berikut: Di medan yang pertama disebutkan (SC) momen lengkung yang paling besar adalah sama dengan $\frac{1}{2}qy^2$. Di medan yang penghabisan dengan mudah kita dapat menghitungnya. Untuk medan ini telah didapat:

$$D_X = \frac{1}{2}qy - qx.$$

Dari ini ternyata, dengan $\frac{1}{2}qy - qx = 0$, bahwa momen lengkung yang paling besar terjadi dipenampang normal, yang terletak pada jarak $x = \frac{1}{2}y$ dari A . Pada penampang ini:

$$M_x = \frac{1}{2}qyx - \frac{1}{2}qx^2 = \frac{1}{2}qy \cdot \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}q(\frac{1}{2}y)^2 = \frac{1}{8}qy^2.$$

4. Kita dapat menilik dengan mudah, untuk nilai yang manakah dari y , nilai mutlak momen lengkung di dalam B sama dengan nilai mutlak momen lengkung yang terbesar di dalam SC . Sebab dalam hal semacam ini:

$$\frac{1}{2}qy(l-y) + \frac{1}{2}q(l-y)^2 = \frac{1}{8}qy^2.$$

Persangkutan ini berlaku, apabila S terletak di BC , jadi, apabila $0 < y < l$. Apabila kita menjabarkan persangkutan yang sebelum ini, kita sampai kepada persamaan pangkat dua.

$$y^2 + 4ly - 4l^2 = 0.$$

Akar persamaan ini ialah:

$$y = \frac{-4l \pm \sqrt{16l^2 + 16l^2}}{2} = (-2 \pm 2\sqrt{2})l.$$

Oleh karena $0 < y < l$, hanya yang terpakai akar:

$$y = 2(\sqrt{2} - 1)l \approx 0,828l.$$

5. Pada $y = 2(\sqrt{2} - 1)l \approx 0,828l$ kita mendapat untuk $|M_B|$:

$$\begin{aligned} |M_B| &= \frac{1}{2}qy(l-y) + \frac{1}{2}q(l-y)^2 = \frac{1}{2}ql(l-y) = \\ &= \frac{1}{2}ql^2(1 + 2 - 2\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2})ql^2 \approx 0,986ql^2. \end{aligned}$$

Momen lengkung yang paling besar di medan SC jadi juga sama dengan:

$$\frac{1}{8}q(2(\sqrt{2} - 1)l)^2 = \frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2})ql^2 \approx 0,086ql^2.$$

Momen ini jauh lebih kurang dari $\frac{1}{8}ql^2 = 0,125ql^2$, apabila kita harus menghitung pendukung yang terdiri atas dua potongan, panjangnya l , dipasang pada ujungnya.

Soal 19. Untuk nilai yang manakah dari y , momen lengkung ialah yang terkecil, yang harus kita hitung menurut pendukung dari soal 18.

Cara menghitung. Menurut **Peringatan 3**, yang termasuk pada soal sebelum ini, momen lengkung yang paling besar di medan AB untuk semua nilai y adalah sama besar dengan momen lengkung yang paling besar dari medan SC . Selanjutnya momen lengkung di B tergantung kepada y . Apabila kita memperhatikan bagian dari gambar 31 c, yang sebelah kanan dari B , maka kita mendapat:

$$|M_B| = \frac{1}{2}qy(l-y) + \frac{1}{2}q(l-y)^2 = \frac{1}{2}ql(l-y).$$

Apabila kita persamakan sekarang kedua nilai dari M_B , yang termasuk pada dua nilai dari y , maka ternyata, bahwa pada harga yang paling tinggi dari y , termasuk nilai

yang paling kecil dari M_B dan sebaliknya. Dari ini ternyata, bahwa M_B relatif lebih besar, seperti y relatif lebih kecil. Apabila y relatif menjadi besar, M_B menjadi susut. Pada waktu itu juga momen lengkung yang paling besar di SC (AB) menjadi lebih besar dan nilainya selalu $\frac{1}{8}qy^2$. Ini juga dapat kita lihat, apabila kita memperhatikan gambar 31d. Apabila y berubah, garislol dari bagian kanan dari bidang momen berputar sekeliling titikujung sebelah kanan begitu rupa, sehingga pada pembesaran y , titikpotong garismomen dan garislol, terletak lebih tinggi. Momen positif yang paling besar (sebelah bawah garislol) menjadi besar, momen negatif yang paling besar pada B, menjadi kecil. Kedudukan yang paling bagus dari engsel termasuk pada bagian y , untuk mana nilai mutlak dari M_B sama dengan nilai mutlak dari momen lengkung yang paling besar di medan SC (medan AB). Hal semacam ini sudah kita bicarakan di dalam **Peringatan 4 dan 5** dari soal sebelum ini. Kita mendapat keadaan yang paling baik, apabila $y = 0,828l$. Dalam ini termasuk momen bengkok yang besar.

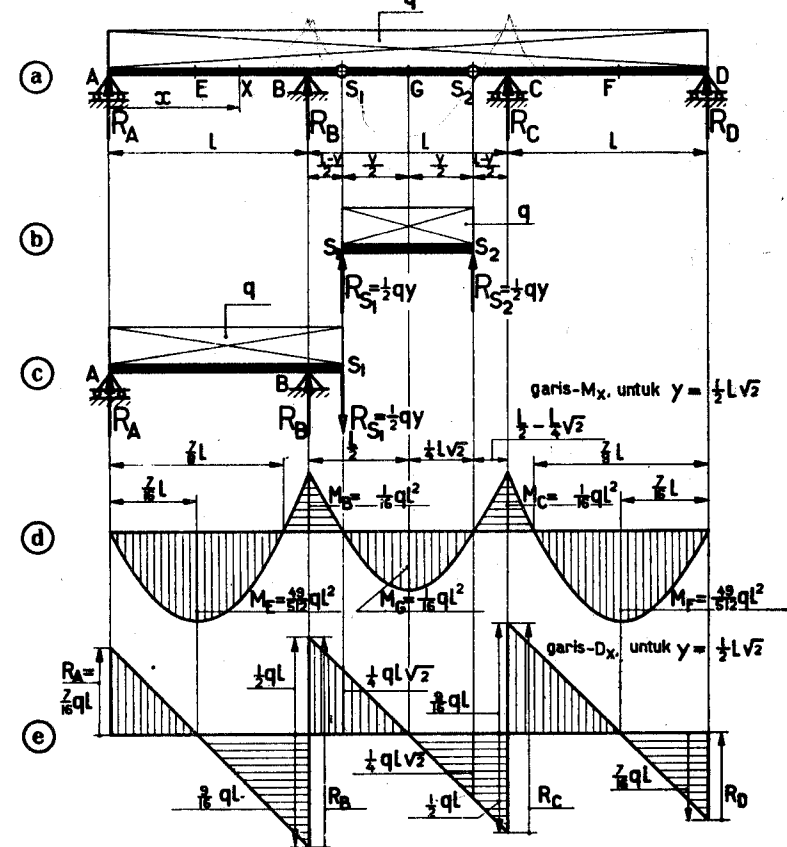
$$M_{\max} \sim 0,086 ql^2.$$

Soal 20. Hitunglah untuk pendukung dari gambar 32a reaksi dan momen bengkok di dalam penampang normal B, G dan E, juga momen pembengkok yang paling besar di medan AB dan momen pembengkok yang paling besar di medan CD. Kebesaran-kebesaran ini harus dinyatakan di dalam y , panjang „bagian-bagian yang melayang” S_1S_2 .

Untuk nilai yang manakah dari y , momen pembengkok di dalam B (atau di dalam C) yang sama besarnya dengan yang di dalam G? Hitunglah untuk nilai yang penghabisan ini dari y , reaksi momen pembengkok yang paling besar sebagai fungsi l . Gambarkanlah juga bidang momen dan garisgaya melintang yang termasuk bagian ini.

Cara menghitung I. Menentukan reaksi. Pada seluruh penampang bekerja beban yang terbagi sama rata dan reaksi : R_A, R_B, R_C dan R_D . Disebabkan oleh perletakan-perletakan-rol di dalam A, C dan D, reaksi di dalam titik itu diarahkan tegak pada sumbu-pendukung. Oleh karena beban

yang terbagi sama rata itu mempunyai arah itu juga, reaksi engsel R_B harus mempunyai reaksi yang sama seperti reaksi yang lain. Kita tidak dapat menentukan reaksi selimbang seluruh pendukung itu, oleh karena itu kita perhatikan satu demi satu. Kita mulai dengan bagian S_1S_2 , lihat gambar 32b. $R_{S_1} = R_{S_2} = \frac{1}{2}qy$. Bagian-bagian AS_1 dan DS_2 dibebani dan ditunjang dengan cara yang sama, oleh karena itu $R_A = R_D$ dan $R_B = R_C$. Telah cukup bila kita mempelajari bagian dari AS_1 , lihat gambar 32c.



Gamb. 32

Pada bagian ini bekerja pada seluruh panjang-

nya, jadi pada jarak $\frac{3l - y}{2}$,

beban yang terbagi sama rata di dalam S_1 , tekanan bagian dari S_1S_2 , sebesar $\frac{1}{2}qy$, reaksi R_B di B dan reaksi R_A di A . R_B kita tentukan dengan memakai dalil momen terhadap A . Kita mendapat:

$$0 = \frac{1}{2}q \left(\frac{3l-y}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}qy \frac{3l-y}{2} - R_B l$$

$$\text{atau } R_B = \frac{q(9l^2 - y^2)}{8l}$$

R_A kita per dapat dengan memakai dalil momen terhadap B .

$$0 = R_A l - \frac{1}{2}ql^2 + \frac{1}{2}q \left(\frac{l-y}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}qy \frac{l-y}{2}$$

$$R_A = \frac{q(3l^2 + y^2)}{8l}$$

II. Perhitungan momen pembengkok. Dengan mudah melihat:

$$M_B = - \left[\frac{1}{2}q \left(\frac{l-y}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}qy \frac{l-y}{2} \right] = - \frac{q(l-y)}{4} \left(y + \frac{l-y}{2} \right) = - \frac{q(l^2 - y^2)}{8}$$

$$M_{S_1} = 0. \quad M_G = \frac{1}{8}qy^2.$$

Untuk medan AB , momen pembengkok M_x , di dalam penampang X normal yang sembarang yang terletak jarak x dari A adalah sama dengan:

$$M_x = R_A x - \frac{1}{2}qx^2 = \frac{q(3l^2 + y^2)}{8l} x - \frac{1}{2}qx^2.$$

Momen pembengkok yang paling besar kita tentukan dengan gaya melintang $D_x = R_A - qx$. D_x menjadi nol untuk

$$x = \frac{R_A}{q} = \frac{3l^2 - y^2}{8l}.$$

Jadi momen pembengkok yang paling besar di dalam medan AB ialah:

$$\frac{q(3l^2 + y^2)}{8l} \cdot \left(\frac{3l^2 + y^2}{8l} \right) - \frac{1}{2}q \left(\frac{3l^2 + y^2}{8l} \right)^2 = \frac{q(3l^2 + y^2)^2}{128l^2}.$$

Momen pembengkok yang paling besar di medan CD juga sama dengan

$$\frac{1}{128} \frac{q(3l^2 + y^2)^2}{l^2}.$$

Menurut soal harus:

$$|M_B| = |M_G|$$

Syarat ini membawa kita kepada persamaan:

$$\frac{q(l^2 - y^2)}{8} = \frac{qy^2}{8} \text{ atau } 2y^2 = l^2.$$

Akar persamaan ini ialah $y = \pm \frac{1}{2}l\sqrt{2}$. Apabila kita hitung seterusnya dengan akar positif $y = \frac{1}{2}l\sqrt{2}$, maka dengan itu kita mendapat:

$$M_B = - \frac{q(l^2 - \frac{1}{2}l^2)}{8} = - \frac{ql^2}{16} \text{ dan}$$

$$M_G = \frac{1}{8}qy^2 = \frac{1}{16}ql^2.$$

$$R_A = \frac{q(3l^2 + \frac{1}{2}l^2)}{8l} = \frac{7}{16}ql.$$

$$R_B = \frac{q(9l^2 - \frac{1}{2}l^2)}{8l} = \frac{17}{16}ql.$$

III. Garis- M_x dan garis- D_x . Waktu menggambar garis-momen, lihat gambar 32d, dan garisgaya melintang, lihat gambar 32e, dipakai nilai untuk M_x dan D_x , yang diambil didalam daftar berikutnya.

Peringatan. 1. Momen pembengkok, yang diambil sebagai ukuran untuk menentukan profil, bukan $\frac{1}{16}ql^2$, akan tetapi $\frac{49}{512}ql^2 \sim 0,096 ql^2$. Ini lebih kurang dari $\frac{1}{8}ql^2 = 0,125 ql^2$, akan tetapi lebih dari $\frac{1}{16}ql^2 \sim 0,0625 ql^2$.

2. Kita dapat juga menuntut, bahwa momen pembengkok di medan AB , jadi $\frac{q(3l^2 + y^2)^2}{128l^2}$, dengan tidak memakai tanda, harus sama dengan M_B . Ini menyebabkan persamaan: $\frac{q(3l^2 + y^2)^2}{128l^2} = \frac{2(l^2 - y^2)}{8}$.

Dari ini ternyata sesudah beberapa penjabaran.

$$y^4 + 22l^2y^2 - 7l^4 = 0.$$

Ini adalah persamaan pangkat dua dalam y^2 , akarnya ialah:

$$y^2 = \frac{-22l^2 \pm \sqrt{484l^4 + 28l^4}}{2} = \frac{-22l^2 \pm 16l^2 \sqrt{2}}{2}$$

Yang terpakai ialah akar $y^2 = l^2(8\sqrt{2} - 11)$. Momen pembengkok di B, yang termasuk dalam ini adalah sama dengan:

$$M_B = \frac{-q(l^2 - y^2)}{8} = -\frac{ql^2}{8}(1 - 8\sqrt{2} + 11) = -\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}ql^2 = -0,0858ql^2.$$

Momen pembengkok yang paling besar di medan AB adalah sama besar M_G ialah $\frac{1}{8}qy^2 = \frac{1}{8}ql^2(8\sqrt{2} - 11) \approx 0,0392ql^2$ jadi lebih kecil.

Dari $y^2 = l^2(8\sqrt{2} - 11)$ ternyata lagi $y \approx 0,56l$. Panjang ini untuk bagian yang melayang adalah lebih baik daripada yang termasuk pada soal ini.

3. Akhirnya kita dapat memilih y demikian rupa, sehingga momen pembengkok di medan AB menjadi sama dengan M_G . Dengan begitu kita sampai kepada persamaan:

$$\frac{q(3l^2 + y^2)^2}{128l^2} = \frac{qy^2}{8}$$

Dari ini kita mendapat dari penjabaran:

$$y^4 - 10l^2y^2 + 9l^4 = 0.$$

$$(y^2 - 9l^2)(y^2 - l^2) = 0.$$

Medan	x (x)	M _x		D _x		Peringatan
		Rumus, jang termasuk pada y = $\frac{1}{2}l\sqrt{2}$	Beberapa nilai	Rumus, jang termasuk pada y = $\frac{1}{2}l\sqrt{2}$	Beberapa nilai	
AB	0		0	*	$\frac{7}{16}ql$	
	$\frac{7}{16}l$		$\frac{49}{512}ql^2$			
	$\frac{7}{8}l$	$\frac{7}{16}qlx - \frac{1}{2}qx^2$	0	$\frac{7}{16}ql - qx$		x terhitung dari A
	l		$-\frac{1}{16}ql^2$		$-\frac{9}{16}ql$	
BS ₁	$(\frac{1}{2}l - \frac{1}{2}l\sqrt{2})$	$-\frac{1}{2}q(l\sqrt{2} + 2x)x$	$-\frac{1}{16}ql^2$	$\frac{1}{2}ql\sqrt{2} + qx$	$\frac{1}{2}ql$	x terhitung dari S ₁
	0		0		$\frac{1}{2}ql\sqrt{2}$	
S ₁ S ₂	0		0		$\frac{1}{2}ql\sqrt{2}$	
	$(\frac{1}{2}l\sqrt{2})$	$\frac{1}{2}q(l\sqrt{2} - 2x)x$	$\frac{1}{16}ql^2$	$\frac{1}{2}ql\sqrt{2} - qx$		x terhitung dari S ₂
	$(\frac{1}{2}l\sqrt{2})$		0		$-\frac{1}{2}ql\sqrt{2}$	
S ₂ C	0	Sesuai dengan momen pembengkok di medan BS ₁	0	Sesuai dengan gaja melintang di medan BS ₁	$-\frac{1}{2}ql\sqrt{2}$	x terhitung dari S ₂
	$\frac{1}{2}l - \frac{1}{2}l\sqrt{2}$		$-\frac{1}{16}ql^2$		$-\frac{1}{2}ql$	
CD	l		$-\frac{1}{16}ql^2$		$+\frac{9}{16}ql$	
	$\frac{7}{8}l$	Sesuai dengan momen pembengkok di medan AB	0	Sesuai dengan gaja melintang di medan AB		x terhitung dari D
	$\frac{7}{16}l$		$\frac{49}{512}ql^2$			
	0		0		$-\frac{7}{16}ql$	

Akar yang terpakai dari persamaan yang paling akhir adalah $y' = l$, pada persamaan mana $y = l$. Syarat yang diajukan jadi sudah dipenuhi, apabila engsel itu terletak di atas titikpenunjang yang sebelah ke dalam sekali. Dalam hal yang semacam ini gelagar Gerber terlebih baik diganti dengan dua buah gelagar yang ditunjang pada ujungnya.

4. Hasil peringatan 3 lekas dapat terlihat.

5. Dalam banyak hal gelagar-gelagar Gerber itu berjan di atas lebih dari empat titikpenunjang. Pada sebuah gelagar Gerber, yang ditunjang oleh $n+1$ titikpenunjang dan pada seluruh panjangnya dibebani sama rata, pada umumnya kita mengambil panjang l_1 dari bidang pertama sama dengan panjang medan yang terakhir. $n-2$ buah medan yang tinggal kita ambil sama panjang satu sama lainnya (l); l biasanya kita pilih lebih kecil dari pada 1. Dengan pemilihan engsel yang sangat teliti, dapat kita mencapai supaya momen pembengkok yang paling besar di $(n-2)$ medan-medan yang sebelah dalam sekali, tidak meliwati nilai $1/10 ql^2$. Di medan yang pertama dan di medan yang terakhir momen pembengkok yang paling besar menyimpang dari $1/10 ql^2$. Untuk keterangan yang lebih lanjut lihatlah: Stahl im Hochbau.

§ 17. Pembicaraan secara grafis tentang beberapa gelagar Gerber. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Dalam mempelajari gelagar-gelagar Gerber, kita dapat juga memakai cara grafis. Kita mempelajari cara ini dengan sebuah soal.

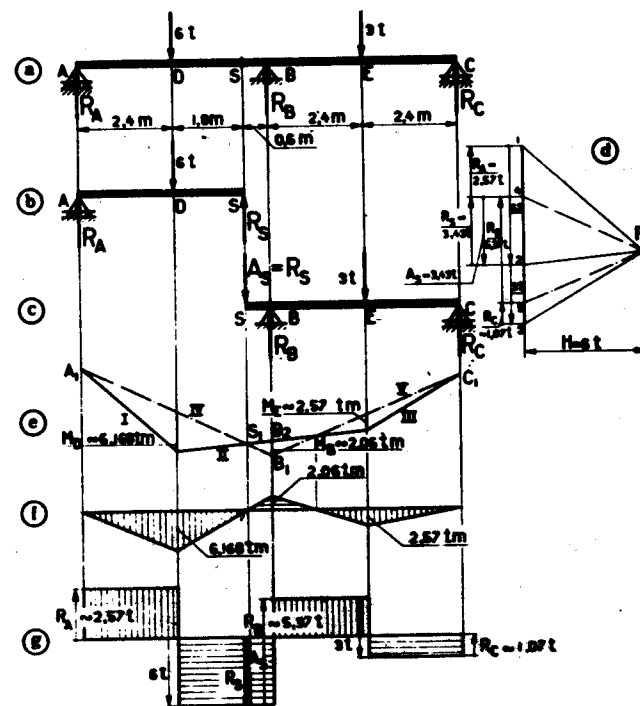
Soal 21. Tentukanlah secara grafis reaksi pendukung dari gambar 33a. Gambarkanlah garismomen dan garisgaya melintang. Tentukanlah momen pembengkok yang paling besar.

Cara menghitung. Pada pendukung itu bekerja gaya dari 6 t, gaya dari 3 t, reaksi di A, reaksi di C dan reaksi

di B. Keempat gaya yang pertama itu diarahkan tegak-lurus pada AC; R_B jadi harus berdiri tegaklurus juga pada AC. Supaya dapat menentukan ketiga reaksi itu, kita perhatikan terlebih dulu bagian AS, lihat gambar 33b. Pada bagian ini bekerja: gaya dari 6 t dan reaksi-reaksi R_A dan R_S . Menurut bagian B dapat kita menentukan R_A dan R_S itu dengan sebuah gambar kutub dan sebuah sudut-banyak-batang, lihat gambar 33d dan 33e. Dengan begitu kita mendapat:

$$R_A \sim 2,57 \text{ t dan } R_S \sim 3,43 \text{ t.}$$

Segitiga, yang terbentuk oleh batang I dan II dan garistutup IV adalah bidang momen dari bagian AS yang diumpamakan itu.



Gamb. 33

Sekarang kita perhatikan bagian SC, lihat gambar 33c. Pada bagian ini bekerja tekanan $A_s = R_s$, yang oleh bagian kiri di titik S ditekan pada bagian kanan, gaya dari 3 t dan reaksi R_B dan R_C . Juga R_B dan R_C dapat kita tentukan dengan sebuah gambar kutub dan sebuah sudut-banyak-batang.

Gambar kutub yang dipakai itu, lihat gambar 33d, di-gambar sesuai dengan gambar kutub yang terdahulu. Ini juga berlaku untuk sudut-banyak-batang yang dipakai, lihat gambar 3e. Di sini garistutup V digaris melalui C_1 dan titikpotong B, dari batang IV dengan garis-baca melalui B. Jari-jari pembagi P-5 dalam gambar 33d adalah sejajar dengan garistutup V. Sekarang kita mendapat:

$$R_B (= 5 - 4) \approx 5,37 \text{ t dan } R_C (= 3 - 5) \approx 1,07 \text{ t.}$$

Bidang momen untuk bagian SC ditentukan oleh sudut-banyak-batang dan garistutup. Dari bidang momen itu kita dapat menentukan momen pembengkok yang diinginkan. Di dalam gambar 33f, ordinat-ordinat bidang momen pada gambar 33c dikembangkan dari sebuah garis nol, sejajar dengan AC. Gambar ini tidak membutuhkan penegasan lebih lanjut. Garisgaya melintang, lihat gambar 33g, di-gambar secara biasa. Ordinat-ordinat yang diperlukan diambil dari gambar 33d. Oleh karena reaksi-reaksi engsel di S adalah gaya dalam dari seluruh pendukung itu, maka ia tidak mempunyai pengaruh terhadap garisgaya melintang atau dengan perkataan lain, apabila R_s dan A_s dikembangkan berturut-turut, maka kita sampai kembali kepada titik penghabisan dari A_s di titik permulaan dari R_s . Momen pembengkok yang paling besar terjadi di D dan ini adalah sama dengan:

$$M_D \approx 6,168 \text{ tm.}$$

Peringatan. 1. Engsel S tidak dapat memindahkan momen pembengkok M_s ialah sama dengan nol. Ini juga ternyata dari bidang momen yang dikonstruir.

2. Apabila kita memakai peringatan 1, maka kita mendapat bidang momen dan reaksi seperti berikut. Kita gambar terlebih dulu urutan gaya, gambar kutub dan sudut-banyak-batang untuk gaya-gaya dari 6 t dan 3 t. Sesudah itu kita menggaris batang IV melalui titik A_1 , titik-potong batang I dan garisbaca melalui A, dan titik S_1 , titik-potong batang II dan garisbaca melalui S. Dengan jalan begini kita mendapat $M_A = 0$ dan $M_S = 0$.

Selanjutnya, titik B, yaitu titikpotong batang IV dan garisbaca melalui B, dihubungkan dengan C_1 . Garispenghubung B_1C_1 ini, batang V, ialah garis nol bidang momen untuk bagian SC; B_1B_2 menunjukkan M_B dan $M_C = 0$. Jari-jari kutub P — 4 adalah sejajar dengan batang IV dan memotong pada urutan gaya di titik 4; $4 - 1 = R_A$. Jari-jari kutub P — 5 adalah sejajar dengan batang V dan menghasilkan reaksi R_B dan R_C . $R_B = 5 - 4$. $R_C = 3 - 5$.

3. Konstruksi menurut peringatan 2 dapat juga kita laksanakan apabila kita mempunyai engsel lebih dari dua buah.

4. Momen pembengkok M_B , M_D dan M_E adalah berbeda dan mengalami perubahan-perubahan yang disebabkan karena pemindahan engsel S. Apabila kita pindahkan S ke kiri, maka M_D dan M_E menjadi lebih kecil, sedangkan M_B menjadi lebih besar. Pada pemindahan S kekanan terjadi hal yang sebaliknya. Dengan percobaan-percobaan kita mendapat kedudukan S yang paling baik.

5. M_B , M_D dan M_E dapat juga kita artikan sebagai fungsi tempat S. Dengan menyatakan fungsi ini di dalam sebuah rumus, dapat kita menentukan tempat yang paling baik dari S. Lihat soal berikutnya.

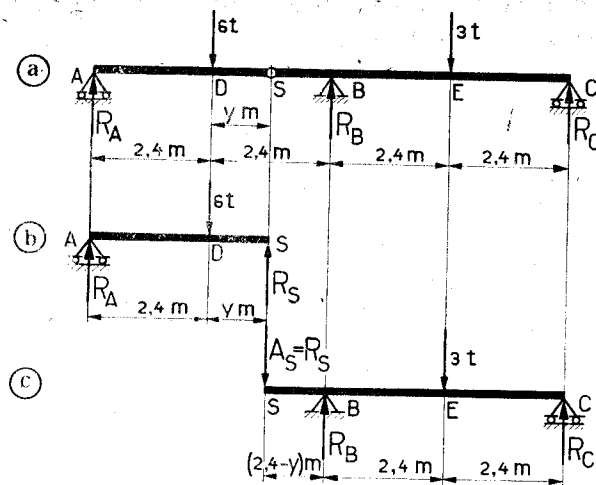
Soal 22. Tentukanlah kedudukan engsel S di dalam gambar dari soal sebelum ini secara analitis, untuk mana dua dari tiga momen (M_D , M_B dan M_E) satu sama lain sama.

Cara menghitung. Pendukung dari gambar 33a di dalam gambar 34a digambar sekali lagi. Jarak dari S sampai D dimisalkan sama dengan ym . Reaksi-reaksi dapat kita tentu-

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEP. P DAN

Jl. Walikota Mustajab 68

SURABAYA



Gamb. 34

kan dengan memperhatikan bagian AS, lihat gambar 34b dan bagian SC, lihat gambar 34c, tersendiri-sendiri. Berhubung dengan pembicaraan yang seluas-luasnya pada soal sebelum ini, maka sekarang dapat kita pendekkan saja:

$$R_A = \frac{6y}{2,4 + y} t. \quad R_S = \frac{6,24}{2,4 + y} t.$$

$$R_B = \frac{3,24 + \frac{6,24}{2,4 + y} (4,8 + 2,4 - y)}{4,8} = \frac{-1,5y + 25,2}{2,4 + y} t.$$

$$R_C = \frac{\frac{6,24}{2,4 + y} (2,4 - y) + 3,24}{4,8} = \frac{4,5y - 3,6}{2,4 + y} t.$$

$$M_A = 0. \quad M_D = \frac{6y}{2,4 + y} \cdot 2,4 \text{ tm.} \quad M_S = 0.$$

$$M_B = -\frac{14,4}{2,4 + y} \cdot (2,4 - y) \text{ tm.} \quad M_E = \frac{4,5y - 3,6}{2,4 + y} \cdot 2,4 \text{ tm.}$$

Untuk mencari lebih lanjut tempat S yang paling baik, kita hanya harus memperhatikan M_D , M_B dan M_E . Kita perhatikan berturut-turut:

$$|M_D| = |M_B|; \quad |M_D| = |M_E| \text{ dan } |M_B| = |M_E|:$$

Dari $|M_D| = |M_B|$ ternyata:

$$\frac{6y}{2,4 + y} \cdot 2,4 = \frac{14,4}{2,4 + y} (2,4 - y) \text{ atau } y = 1,2.$$

Pada ini termasuk: $M_D = 4,8 \text{ tm}$; $M_B = -4,8 \text{ tm}$ dan $M_E = 1,2 \text{ tm}$. Momen pembengkok yang paling besar jadi ialah $-4,8 \text{ tm}$. Dari $|M_D| = |M_E|$ ternyata:

$$\frac{6y}{2,4 + y} \cdot 2,4 = \frac{4,5y - 3,6}{2,4 + y} \cdot 2,4 \text{ atau } y = -2,4.$$

Nilai ini tidak terpakai karena tidak ada tempat S di dalam medan DB, yang cocok pada jarak yang didapat dari $-2,4 \text{ m}$. Dari $|M_B| = |M_E|$ kita mendapat:

$$\frac{14,4}{2,4 + y} (2,4 - y) = \frac{4,5y - 3,6}{2,4 + y} \cdot 2,4 \text{ atau } y = \frac{12}{7}.$$

Pada ini termasuk $M_D = 6 \text{ t}$; $M_B = 2,4 \text{ tm}$ dan $M_E = 2,4 \text{ tm}$. Momen pembengkok yang terbesar jadi 6 tm . Pada $y = 1,2$ momen pembengkok yang terbesar hanya $4,8 \text{ tm}$, sehingga kedudukan engsel yang paling baik ditentukan oleh $y = 1,2$.

Peringatan. Apabila pendukung itu dikerjakan di dalam dua bagian tiap-tiap bagian $4,8 \text{ m}$, diletakkan pada ujung-ujung-nya ($y = 0$), maka kita akan mendapat momen pembengkok yang terbesar dari $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4,8 = 7,2 \text{ tm}$. Ini lebih buruk daripada hasil seperti di atas pada $y = 1,2$ dan $y = \frac{12}{7}$ yang kita dapat.

§ 18 Soal-soal.

41. Sebuah gelagar Gerber terdiri atas bagian-bagian ABS dan SC . Gelagar itu di A ditunjang dengan perletakan engsel, di B dan C dengan letakan rol. Pendukung itu mendukung pada seluruh panjangnya AC beban q yang terbagi sama rata. Tentukanlah reaksinya, tentukanlah rumus untuk momen pembengkok M_x di titik X yang sembarangan dari pendukung itu dan juga rumus untuk gaya melintang D_x di dalam titik yang sembarangan. Gambarkanlah garis M_x dan garis D_x . Tentukanlah momen pembengkok yang paling besar. $AB = 4,5 \text{ m} = BC$; $BS = 1,5 \text{ m}$; $q = 900 \text{ kg/m}$. Tentukanlah sebuah profil. $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

42. Sebuah pendukung yang mendatar ABC , panjangnya 10 m , di tengah-tengah B dan pada ujung A dan C di tunjang. Beban adalah tegak dan terbagi sama rata. $q = 500 \text{ kg/m}$. Reaksi-reaksi adalah tegak. Pendukung itu harus dilaksanakan sebagai pendukung Gerber. Engsel S terletak ym ($y < 5$) sebelah kiri dari C . Tentukanlah reaksi-reaksi sebagai fungsi dari y . Gambarkanlah garisgaya melintang. Tentukanlah tempat-tempat (sebagai fungsi dari y) di mana garis melintang menjadi nol. Hitunglah pada tempat ini momen pembengkok sebagai fungsi dari y . Tentukanlah tempat yang paling bagus untuk engsel S . Gambarkanlah selanjutnya garis M_x dan garis D_x dari pendukung itu. pada nilai y yang telah didapat. Hitunglah juga bersama itu momen pembengkok yang paling besar. Tentukanlah profilnya, $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Profil yang manakah yang harus kita ambil apabila pendukung itu terdiri dari bagian² yang sama, yang diletakkan pada ujungnya?

43a. Sebuah gelagar Gerber yang mendatar dengan empat buah titik penunjang, yang membagi panjang pendukung itu di dalam 3 bagian yang sama memikul pada pajang seluruh pembebanan yang dibagi sama rata $q = 600 \text{ kgm}$. $3l = 12 \text{ m}$. Engsel S_1 dan S_2 dipasang setangkup pada bagian yang paling tengah. Tentukanlah tempat yang paling bagus untuk engsel-engsel ini. Gambarkanlah untuk hal yang semacam ini garis M_x dan D_x . Tentukanlah sekalian momen pembengkok yang paling besar. Pilihlah profil yang cocok. $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Profil yang manakah yang di-

butuhkan apabila kita memilih tiga buah pendukung yang sama panjang dan pada ujungnya ditunjang, sebagai pengganti gelagar Gerber ini.

43b. Seperti soal a , akan tetapi sekarang sebuah engsel di bagian kiri dan sebuah lagi di bagian kanan.

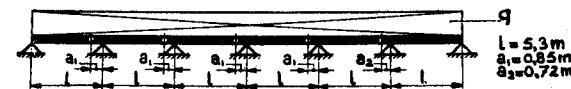
44a. Sebuah gelagar Gerber pada tiga buah titikpenunjang A , B , dan C mempunyai panjang 8 m dan dibagi oleh titik-titik-penunjang itu dalam dua bagian yang sama AB dan BC . Dalam bagian kiri yang berjarak $0,5 \text{ m}$ dari titik penunjang yang paling tengah, dipasang engsel S . Pada pendukung ini bekerja 6 gaya P tegak yang sama besarnya. Titikpegangan (tangkap) ketiga gaya P itu, yang bekerja pada AB , membagi AB dalam bagian yang sama besar. Yang sesuai dengan ini berlaku juga untuk titikpegangan ketiga gaya, yang bekerja pada BC . $P = 2 \text{ t}$. Hitunglah reaksinya. Gambarkanlah untuk pendukung itu bidang momen dan garisgaya melintang. Tentukanlah momen pembengkok yang paling besar. Pilihlah profil yang cocok. $\sigma_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

44b. Seperti soal di aas, akan tetapi sekarang jarak S sampai titik-pendukung yang paling tengah adalah 1 m .

45. Selesaikanlah soal 44a secara grafis.

46. Selesaikanlah soal 44b secara grafis.

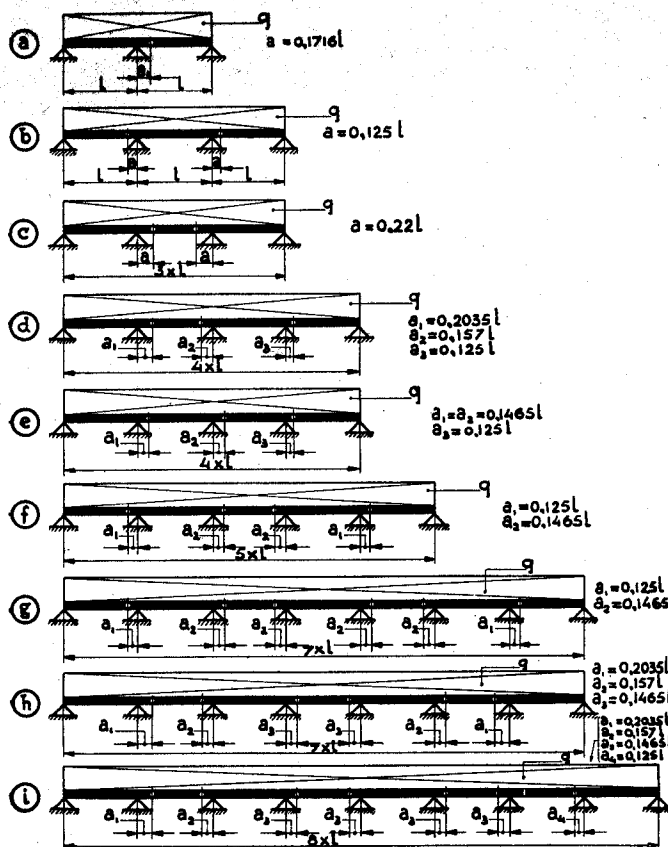
47. Tentukanlah secara analitis garis- M_x dan garis- D_x untuk sebuah gelagar Gerber dari gambar 35. Penempatan



Gamb. 35

engsel-engsel sudah ditentukan oleh jarak a_1 dan a_2 . Tentukanlah momen pembengkok yang paling besar.

48. Tentukanlah secara analitis garis- M_x dan garis- D_x untuk gelagar-gelagar Gerber dari gambar 36a ÷ 36i. Tentukanlah sesudah itu untuk tiap-tiap hal, momen pembengkok yang paling besar. Penempatan engsel dikerjakan menurut petunjuk-petunjuk „Stahl im Hochbau“.



Gamb. 36

PELAJARAN V.

Lengkung dengan tarikan atau tekanan.

§ 19. Tegangan pinggir.

Pembebanan pembengkok banyak sekali berjalan sama dengan pembebanan tarik dan tekan. Pada perhitungan tegangan normal yang paling besar, kita harus memperhatikan tegangan-tegangan yang berhubungan dengan pembengkokan dan tegangan-tegangan yang berhubungan dengan pembebanan tarik atau pembebanan tekan. Tegangan tarik atau tegangan tekan ini terbagi sama rata pada penampang.

Tegangan bengkok di titik sebuah penampang normal berbanding seharga dengan jarak dari titik itu sampai kepada garisnetral lihat bagian B dan gambar 37c.

Tegangan normal yang paling besar yang termasuk pada pembebanan pada pembengkokan dengan tarikan atau tekanan harus kita cari ditempat tegangan bengkok yang paling besar jadi di pinggir penampang normal. Oleh karena itu orang menamakan tegangan yang dimaksud itu *tegangan-tegangan pinggir*.

§ 20. Rumus untuk menghitung pembengkokan dengan tarikan atau tekanan.

Kita umpamakan satu penampang normal dari sebuah badan dengan mempunyai paling sedikit dua bidang setangkup yang dibebani pembengkokan dan tarikan, lihat gambar 37b. Garis-garis-potong kedua bidang setangkup badan dari gambar 37a, dengan penampang normal yang ditilik itu, dinyatakan dengan XX dan YY. Penampang dari gambar 37b, dibebani dengan kopel pembengkok M dan gaya normal P di O . Lengan kopel itu jatuh sepanjang YY, sedang kedua gaya K dari kopel, bekerja tegaklurus pada penampang itu. Apabila kita namakan momen tahanan penampang itu terhadap XX: W , maka tegangan pinggir AB dan CD, yang berhubungan dengan kopel, sama dengan $\sigma_1 = M : W$. Tegangan pinggir pada AB ialah tegangan tekan, yang pada CD, ialah tegangan tarik. Tegangan tarik yang berhubungan dengan gaya normal P , adalah sama dengan $\sigma_2 = P : F$, lihat gambar 37d, apabila luas penampang normal F dan P terbagi pada penampang

dengan sama rata. Untuk sementara kita umpamakan $\sigma_1 > \sigma_2$.

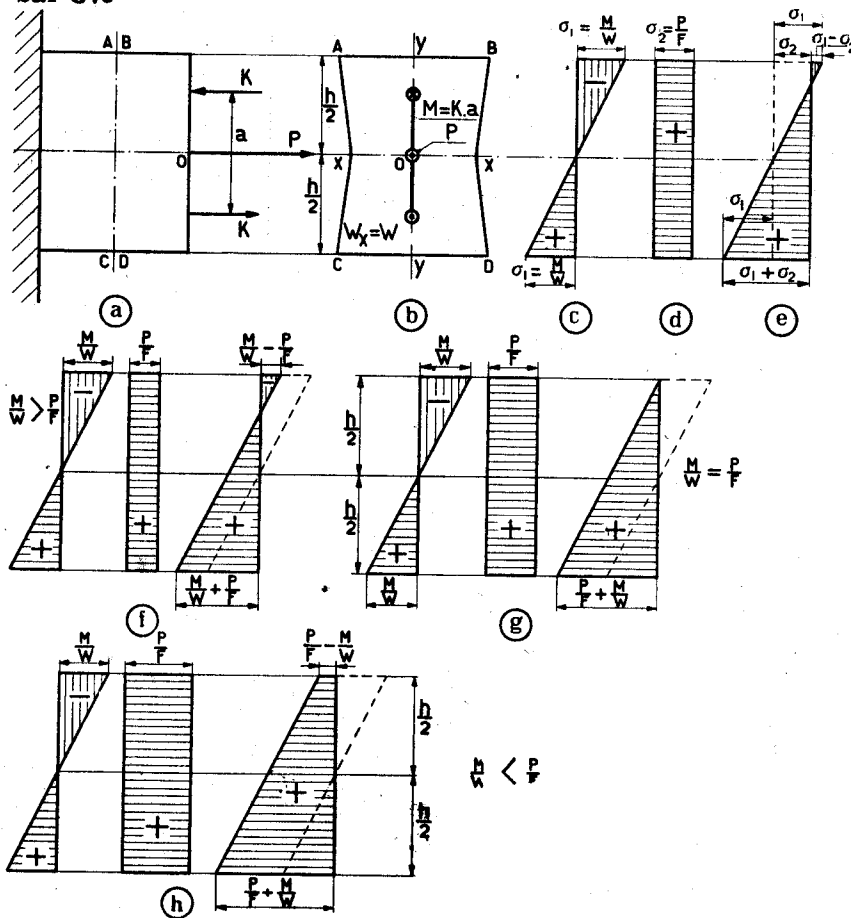
Tegangan-tegangan tarik yang paling besar di penampang kita peroleh di CD dan mereka sama dengan:

$$\sigma_{CD} = \frac{M}{W} + \frac{P}{F}.$$

Tegangan-tegangan tekan yang paling besar yang termasuk pada pembebanan tersusun terjadi di dalam AB dan mereka sama dengan:

$$\sigma_{AB} = -\frac{M}{W} + \frac{P}{F}.$$

Jalan tegangan di dalam penampang dinyatakan di gambar 37e



Gamb. 37

Peringatan. 1 Pada umumnya kita mengenal tiga macam keadaan: $\alpha. \frac{M}{W} > \frac{P}{F}$. Jalan tegangan di dalam penampang untuk keadaan ini digambarkan di dalam gambar 37f. Di sisi atas berada tegangan tekan dan di sisi bawah tegangan tarik.

$\beta. \frac{M}{W} = \frac{P}{F}$, lihat gambar 37g. Tegangan di dalam AB sama dengan nol, di dalam titik-titik penampang yang lain hanya terjadi tegangan tarik yang paling besar di dalam CD.

γ Gambar 37h menunjukkan keadaan di mana $\frac{M}{W} < \frac{P}{F}$.

Sekarang juga terjadi di dalam semua titik-titik penampang tegangan tarik.

2. Apabila di dalam gambar 37a. P dalam penampang itu dibebani beban tekan, kita dapat dengan cara yang sama:

ma: di AB tegangan-tegangan tekan σ_{AB} dan sama dengan

$$\sigma_{AB} = \frac{M}{W} + \frac{P}{F}; \text{ di CD tegangan tarik } \sigma_{CD} = \frac{M}{W} - \frac{P}{F}.$$

Pada perbandingan-perbandingan yang lain, kita sekali lagi mendapat tiga keadaan yang typis dari peringatan 1.

3. Pada umumnya kita bisa mencari tegangan-tegangan pinggir yang disebabkan oleh beban lengkung dengan tarikan dan tekanan dengan rumus:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W} \pm \frac{P}{F}.$$

Tanda-tanda di dalam rumus harus ditentukan menurut keadaan, dan dapat dipakai demikian rupa, sehingga tanda tegangan + mengenai tegangan tarik dan tanda - mengenai tegangan tekan.

4. Apabila kita harus menghitung penampang itu, σ menurut rumus yang terakhir tidak boleh meliwati tegangan normal yang dibolehkan.

§ 21. Soal-soal yang telah diselesaikan. Apa yang telah kita bicarakan sebelum ini akan kita terangkan lebih lanjut dari beberapa soal yang telah dikerjakan.

Soal 23. Hitunglah tegangan pinggir di dalam penampang normal C dari balok dalam gambar 38a. Dalam menghitung itu kita boleh mengambil AC_1 sama dengan AC.

Cara menghitung. Pada seluruh balok bekerja gaya dari 1000 kg dan reaksi-reaksi R_A dan R_B . Dengan mudah kita dapat melihat, bahwa $R_A = R_B = 5000$ kg. Reaksi di A dapat kita uraikan dalam suatu komponen N sepanjang AC dan suatu komponen D yang tegak lurus pada AC. Kedua komponen itu dapat kita nyatakan dengan R_A .

$N = R_A \cos \alpha$ dan $D = R_A \sin \alpha$. Dari $\triangle ACD$ ternyata $AC = 2,5$ m.

$$\sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{2,5} = 0,8 \text{ dan } \cos \alpha = \frac{DC}{AC} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6.$$

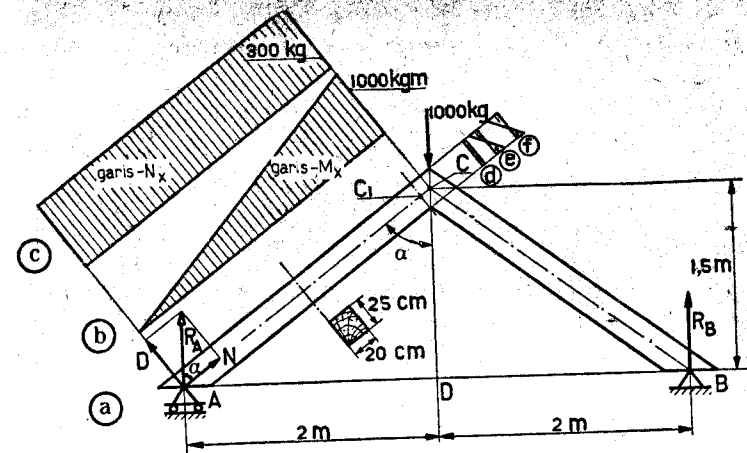
Dengan $R_A = 5000$ kg kita mendapat:

$$N = 5000 \cdot 0,6 = 3000 \text{ kg dan } D = 5000 \cdot 0,8 = 4000 \text{ kg.}$$

Gaya N membebani semua penampang normal dari bagian AC dengan tekanan, jadi juga penampang normal C_1 . Ini dinyatakan oleh garis dari gaya normal untuk AC, lihat gambar 38c. Gaya D menyebabkan pembengkokan dan penggeseran di dalam semua penampang normal AC_1 .

Gaya-gaya melintang selanjutnya di luar perhatian kita. Di dalam gambar 38b garismomen digambarkan untuk momen pembengkok di dalam penampang normal dari AC_1 . Dari itu kita lekas dapat melihat, bahwa momen pembengkok yang paling besar terjadi di dalam $C_1(C) \cdot MC_1 = 1000$ kgm.

Apabila kita perhatikan gambar 38b dan 38c, maka ternyata, bahwa penampang normal C_1 mempunyai pembebanan yang paling berat. Di sini gaya normal dan begitu juga momen pembengkok ialah yang paling besar. Di dalam penampang ini tegangan tekan yang disebabkan oleh gaya



Gamb. 38

normal, sama dengan $\frac{300}{20 \cdot 25} = 0,6 \text{ kg/cm}^2$, lihat gambar 38d.

Tegangan pinggir berjumlah, disebabkan oleh kopel pembengkok di dalam penampang C_1 :

$$\frac{100000}{20 \cdot 25^2} = 48 \text{ kg/cm}^2.$$

Lihat juga gambar 38c.

Tegangan normal yang terbesar di C_1 adalah tegangan tekan dan ia sama dengan $48 + 0,6 = 48,6 \text{ kg/cm}^2$, lihat gambar 38f.

Soal 24. Perbincangkanlah keadaan pembebanan balok, AB dari gambar 39a. Tentukanlah tegangan normal yang terbesar.

Cara menghitung. Keadaan pembebanan jelas sekali, apabila kita mengumpamakannya dalam keadaan pembebanan seperti pada gambar 39b dan keadaan pembebanan dari gambar 39e. Pada badan ABCD dari gambar 39b bekerja: gaya dari 1200 kg di D dan reaksi di A dan B. Reaksi R_A di A tegak lurus pada AB. Dari reaksi di B, di dalam gambar 39b, digambarkan uraian R_{B1} dan R_{B2} . R_{A1} , R_{B1} dan R_{B2} segera dapat ditentukan dari syarat seimbang:

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 0 \rightarrow R_{B2} = 1200 \text{ kg.} \\ \Sigma Y &= 0 \rightarrow R_{A1} = R_{B1} \text{ dan} \\ (\Sigma M)_B &= 0 \rightarrow R_{A1} \cdot 3 = 1200 \cdot 1, \text{ atau } R_{A1} = 400 \text{ kg.}\end{aligned}$$

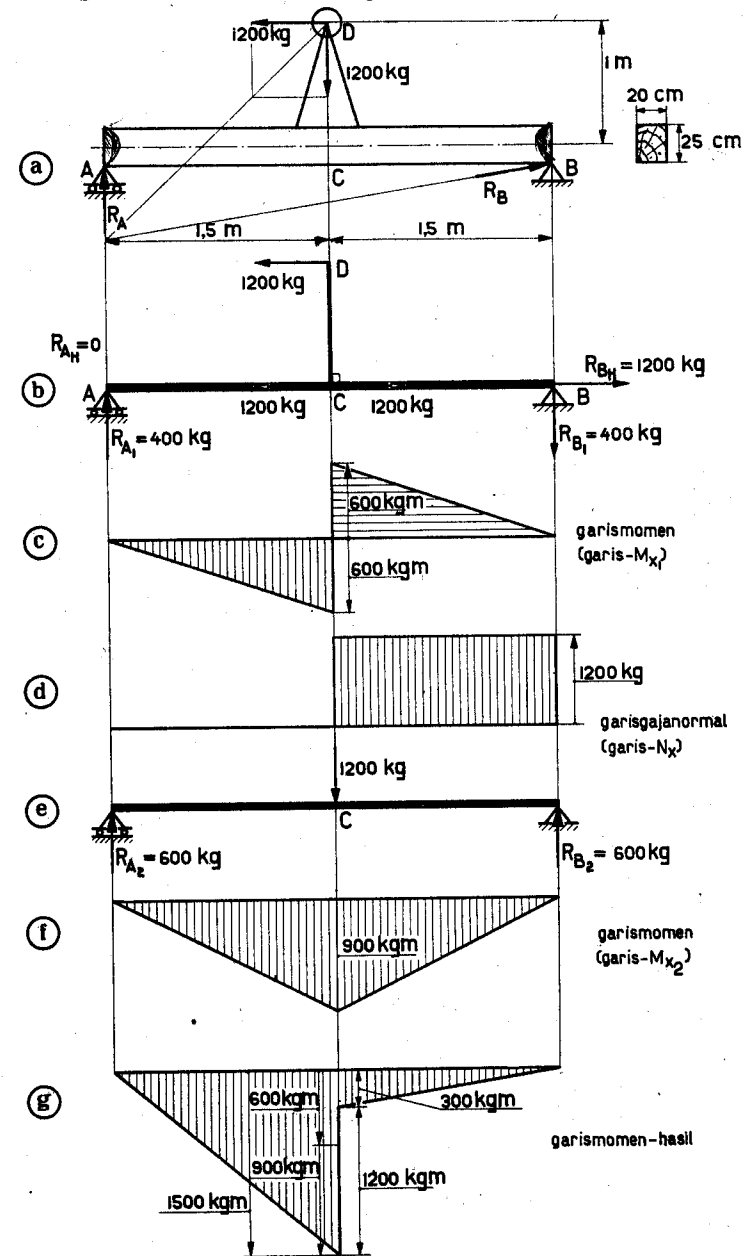
Bagian CB dari balok itu dibebani beban tarik. Gaya normal di dalam penampang normal berjumlah 1200 kg. lihatlah juga garisgaya normal dari gambar 39d. Seterusnya bagian CB dibebani beban tarik dan beban geser. Di semua penampang normal, gaya melintang sama dengan R_{A1} . Momen pembengkok berubah dari penampang ke penampang, oleh karena kita hanya mempunyai pembebanan setempat, garismomennya lurus. Untuk M_C kita mendapat — 600 kgm: $M_B = 0$. Dengan syarat-syarat ini garismomen untuk medan CB telah tergambar, lihat gambar 39c. Bagian AC dari pendukung pada gambar 39b dibebani beban bengkok dan penggeseran. Gaya melintang didalam semua penampang normal sekali lagi adalah sama dengan R_{A1} . Momen pembengkok berubah lagi linier dari penampang ke penampang. $M_A = 0$. $M_C = 600$ kgm.

Syarat-syarat ini menentukan garismomen untuk bagian AC, lihat gambar 39c.

Sekarang kita perhatikan gambar 39e. Menurut gambar ini momen balok itu dibebani beban pembengkok dan penggeseran, keadaan pembebanan tidak menghendaki keterangan selanjutnya. Garismomen yang termasuk pada pembebanan yang semacam ini garis- M_x , digambarkan di dalam gambar 39f.

Sekarang kita kembali lagi kepada balok tadi. Gambaran dari jalannya momen bengkok di dalam balok itu kita

peroleh dengan jalan „superponeren” garismomen pada gambar 39f dengan garismomen pada gambar 39c. Hasilnya telah digambarkan di dalam gambar 39g. Gaya normal di da-



Gamb. 39

lam penampang normal balok itu, adalah sama dengan gaya normal yang dipenampang yang sama pada gambar 39b. Gaya melintang dapat kita cari seperti juga momen bengkok dengan jalan „superponeren”. Ini kita serahkan kepada pembaca. Pada gambar 39g kita melihat, bahwa momen pembengkok yang terbesar terjadi di dalam medan AC, di dalam penampang C. Di dalam penampang C dari medan CB, terjadi selain dari momen pembengkok, juga suatu gaya normal. Sekarang kita akan menghitung, untuk menjawab bagian kedua soal, tegangan normal yang terbesar ialah:

$$\sigma_t = \frac{150\,000}{\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 25^2} = 72 \text{ kg/cm}^2.$$

Di dalam penampang yang kedua ialah

$$\sigma_r = \frac{30\,000}{\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 25^2} + \frac{1\,200}{20 \cdot 25} = 16,8 \text{ kg/cm}^2.$$

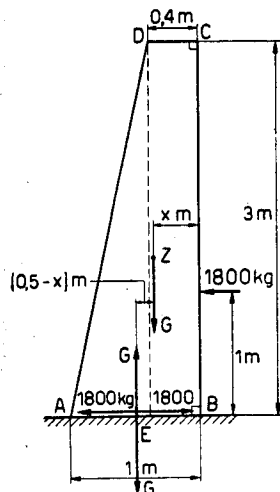
Jadi tegangan normal yang terbesar ialah 72 kg/cm^2 .

Soal 25. Sebuah dinding dengan profil menurut gambar 40, panjangnya (tegaklurus pada bidang dari gambar) 1 m, ditekan oleh suatu gaya melintang, besarnya 1800 kg, seperti yang **didalam gambar 40**. Berat jenis dinding itu sama dengan 2 t/m^3 .

Ditanyakan: tekanan yang paling besar (tiap cm^2) di atas dasarnya.

Cara menghitung. Pembebanan pada dasar itu, disebabkan oleh gaya dari 1800 kg dan oleh bobot dinding. Gaya dari 1800 kg itu menyebabkan longsor dan lengkung. Kita hanya akan memperhatikan lengkungnya. Bobot dinding G itu bekerja di dalam titikberat Z dari penampang normal yang di tengah-tengah sekali (titikberat bagian yang diperhatikan dari dinding itu) dan bobot ini berjumlah:

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (1 + 0,4) \cdot 1,2 = 4,2 \text{ t}.$$



Gamb. 40

Bobot G itu menyebabkan tegangan tekan dan tegangan lengkung pada dasar. Apabila kita mengumpamakan, bahwa gaya tekan terbagi sama rata pada dasar itu, maka tegangan tekan menjadi sama dengan:

$$\sigma_s = \frac{4200}{100 \cdot 100} = 0,42 \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan-tegangan lengkung, yang termasuk pada bagian, G, *tidak* akan kita hitung *tersendiri*. Momen lengkung, yang berada di dasar dan disebabkan oleh G, dapat kita tentukan, apabila sudah kita ketahui, jarak ($x \text{ m}$) antara titikberat Z trapesium ABCD dan BC. Apabila kita umpamakan pula, bahwa trapesium itu tersusun atas segitiga ADE dan segipanjang BCDE dan kita pakai ketentuan momen terhadap BC, maka kita mendapat:

$$x \cdot \frac{1}{2} \cdot 3(1 + 0,4) = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 3 + (\frac{1}{2} \cdot 0,6 + 0,4) \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0,6 \text{ atau } x \approx 0,371.$$

Momen pembengkok yang termasuk pada G menjadi $4200 (0,5 - 0,371) = 541,8 \text{ kgm}$. Momen ini dilawan oleh momen lengkung gaya dari 1800 kg tadi. Gaya ini mempunyai momen dari 1800 kgm terhadap dasar. Momen lengkung yang dihasilkan itu ialah:

$$541,8 - 1800 = -1258,2 \text{ kgm}.$$

Tegangan-tegangan pinggir yang berhubungan dengan momen ini, didapat dari rumus pembengkokan :

$$\frac{125820}{\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 100^2} \approx 0,755 \text{ kg/cm}^2.$$

Apabila kita tambahkan „superponeren” tegangan ini dengan tegangan tekan, maka kita mendapat $0,755 + 0,42 = 1,175 \text{ kg/cm}^2$.

Soal 26). Perbincangkanlah keadaan pembebanan keran pada gambar 41a. Gambarkanlah garis- D_x , garis- M_x dan garis- N_x untuk batang yang tegak itu. Penampang normal yang manakah yang dibebani beban yang paling buruk. Berikanlah ukuran besar dan arah gaya di dalam dan kopel, yang disebabkan oleh bagian yang terletak di atas penampang terhadap bagian yang terletak di bawah penampang. Batang AD berjalan terus. CE di dalam C dan DE di dalam D dihubungkan dengan engsel pada AD .

Cara menghitung. Pada keran itu bekerja gaya dari 6 t dan reaksi di A dan B . R_B berdiri tegaklurus pada AD . R_A telah diuraikan dalam komponen yang mendatar dan komponen yang tegaklurus. Dari syarat-syarat setimbangan kita dengan mudah menjabarkan:

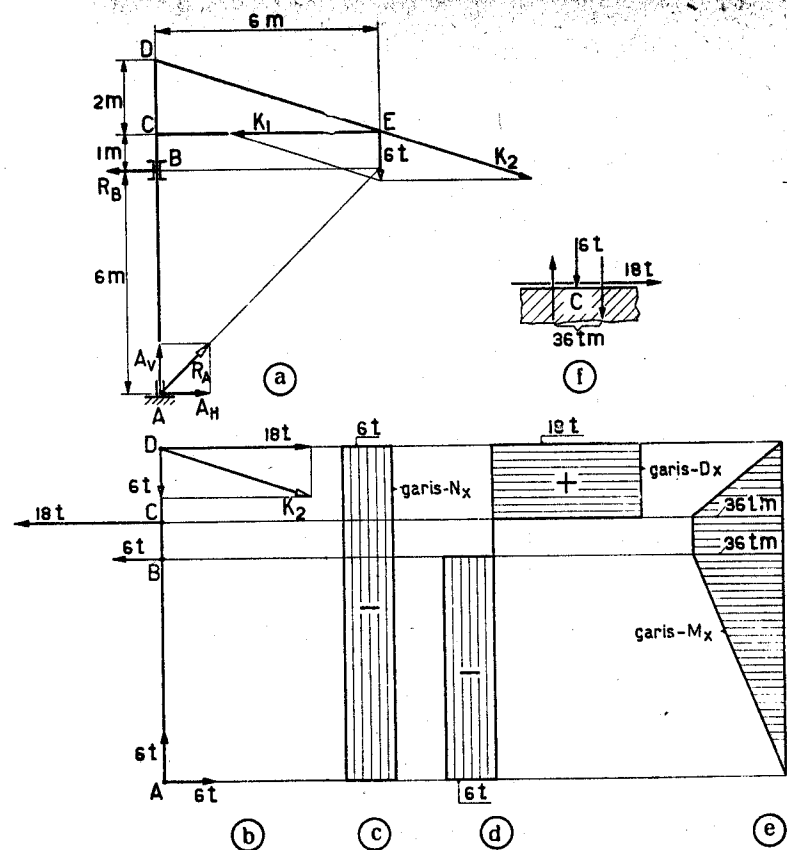
$$A_V = 6 \text{ t. } R_B = A_H = 6 \text{ t.}$$

Batang DE dibebani dengan beban tarik oleh gaya dari 6 t dan batang CE dengan beban tekan. Besar gaya batang itu, kita tentukan dengan menguraikan gaya yang telah diberikan sepanjang EC dan ED , lihat gambar 41a. Dari sebangunnya segitiga-segitiga itu, dengan segera ternyata:

$$K_1 = \frac{6}{2} \cdot 6 = 18 \text{ t. } K_2 = \frac{\sqrt{40}}{2} \cdot 6 = 6\sqrt{10} \text{ t.}$$

Apabila K_1 dan K_2 sudah diketahui, maka dapat kita cari sekarang keadaan pembebanan AD , lihat gambar 41b.

K_2 diuraikan ke arah AD dan tegaklurus pada AD . Komponen yang pertama adalah 6 t. dan yang kedua 18 t



Gamb. 41

Sekarang dengan mudah kita dapat melihat, bahwa batang AD dibebani dengan beban tekan oleh gaya dari 6 t; garistegaklurus normal, lihat gambar 41c, adalah suatu garis lurus, yang sejajar dengan garis nol. Di dalam penampang normal bagian BA ialah 6 t, sedangkan didalam penampang normal bagian DC terjadi gaya geser dari 18 t, gaya geser di dalam penampang normal dari CB tidak ada terjadi gaya geser.

Gambaran yang jelas tentang jalannya gaya geser itu, kita dapat di dalam gambar 41d. Garismomen pembengkok lihat gambar 41e, digambarkan dengan momen:

$$M_D = 0. \quad M_C = 36 \text{ tm.} \quad M_B = 36 \text{ tm.} \quad M_A = 0.$$

1) Redaksi ini menyimpang dari soal yang asli.

Apabila kita memperhatikan gambar 41c, 41d dan 41e, maka ternyata bahwa penampang normal, yang letaknya paling dekat di atas C, dibebani dengan beban yang paling buruk. Disini berada gaya normal dari 6 t, gaya geser dari 18 t dan momen pembengkok dari 36 tm. Pengaruh-pengaruh yang dialami oleh bagian yang di bawah sekali dari bagian yang di atas sekali, diperlihatkan di dalam gambar 41f.

Soal 27 dan 28. Dari sepan-engsel-tiga dalam gambar 42 yang ditanyakan ialah tegangan engsel. Gambarlah juga untuk sepan ini: gariscaya normal, gariscaya melintang dan garismomen.

Gambarkan pula keadaan pembebanan sepan menurut gambar 43. Tambahkan bidang normal dan bidang gaya melintang, juga bidang momen. Tentukanlah profil yang cocok apabila perhitungan dapat dikerjakan pada lengkung dan tekanan dan tegangan normal yang dibolehkan berjumlah 1200 kg/cm².

Cara menghitung. Reaksi dapat kita tentukan menurut bagian (A. Dari seimbangannya seluruh sepan, dengan segera ternyata:

$$A_V = B_V = 5 \text{ t. } A_H = B_H.$$

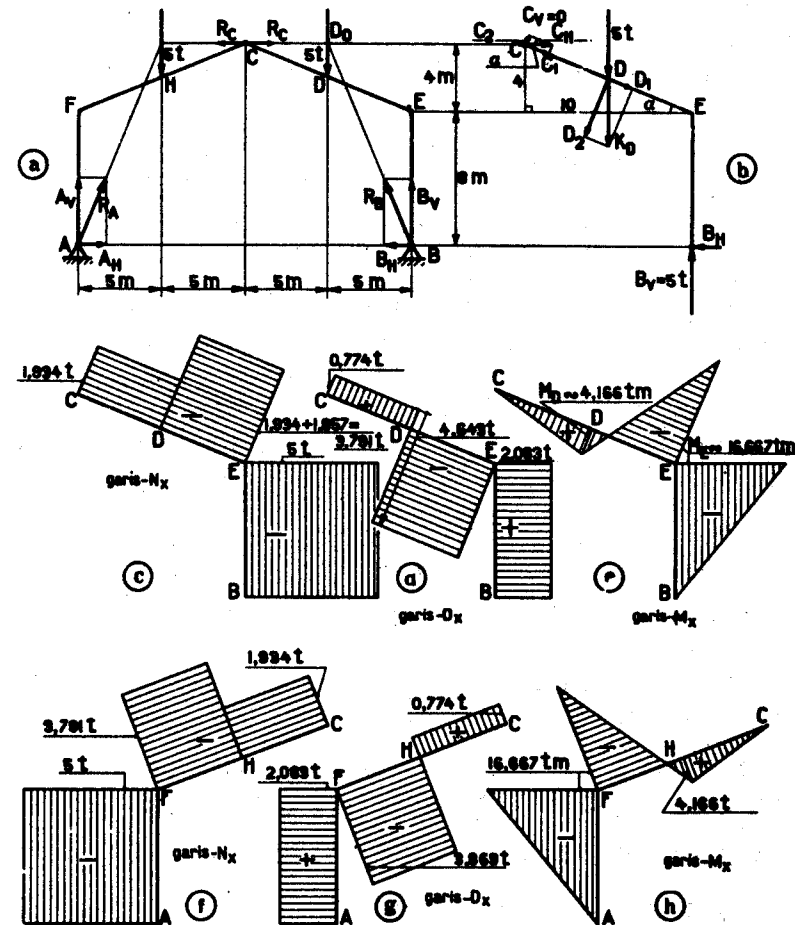
B dapat kita hitung dengan memakai syarat setimbang yang ketiga pada bagian sepan yang kanan, lihat gambar 42b.

$$B_H = \frac{5 \cdot 10 - 5,5}{12} = \frac{25}{12} \sim 2,083 \text{ t.}$$

$$C_H = B_H = \frac{25}{12} \sim 2,083 \text{ t. } C_V = C.$$

Untuk memperoleh suatu gambarn gaya-gaya bermacam-macam penampang, kita uraikan, lihat gambar 42b, gaya C_H dalam gaya C_1 dan C_2 . $C_1 = C_H \cos \alpha$ bekerja sepanjang CE ; $C_2 = C_H \sin \alpha$ bekerja tegaklurus pada CE . Begitu juga gaya dari 5 t di D (sesudah ia pindah dalam gariskerja,

sehingga titik permulaan berada di dalam D, lihat K_D , di dalam gambar 42b) dipecah dalam dua komponen; komponen



Gamb. 42

D_1 bekerja sepanjang CE dan komponen D_2 tegaklurus pada CE . Komponen pertama, D_1 adalah sama dengan $K_D \sin \alpha$, dan yang kedua D_2 sama dengan $K_D \cos \alpha$. Dengan $CE = \sqrt{4^2 + 10^2} = 2\sqrt{29}$, kita mendapat:

$$\cos a = \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{5}{29} \sqrt{29} \text{ dan } \sin a = \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{2}{29} \sqrt{29}.$$

$$C_1 = C_H \cos a = 2,083 \cdot \frac{5}{29} \sqrt{29} \approx 1,934 \text{ t.}$$

$$C_2 = C_H \sin a = 2,083 \cdot \frac{2}{29} \sqrt{29} \approx 0,774 \text{ t.}$$

$$D_1 = K_D \sin a = 5 \cdot \frac{2}{29} \sqrt{29} \approx 1,857 \text{ t.}$$

$$D_2 = K_D \cos a = 5 \cdot \frac{5}{29} \sqrt{29} \approx 4,643 \text{ t.}$$

Dengan syarat-syarat ini telah digambarkan untuk bagian CE, garistegak lurus normal, lihat gambar 42c dan garistegak lurus melintang, lihat gambar 42d. Garis- N_x dan garis- D_x untuk bagian EB tidak menghendaki penjelasan yang lebih lanjut. Garismomen pada gambar 42c digambarkan menurut momen pembengkok seperti di bawah ini:

$$M_C = 0. M_D = C_2. CD = C_H. D_0 D \approx 4,166 \text{ tm.}$$

$$M_B = -B_H. BE = -\frac{25}{12} \cdot 8 \approx -16,667 \text{ tm. } M_B = 0.$$

Garis-garis yang sama untuk bagian kiri digambarkan di dalam gambar 42f, 42g dan 42h.

Sekarang kita perhatikan gambar 43a. Apabila kita pakai untuk gambar ini syarat-syarat setimbang untuk seluruh sepan, maka kita akan mendapat dengan $\Sigma X = 0$:

$$A_H + B_H = 6 \text{ t, dengan } \Sigma Y = 0. A_V = B_V \text{ dan dengan}$$

$$(\Sigma M)_A = 0: B_V \cdot 20 = W \cdot 6, \text{ atau } B_V = \frac{6}{20} W = 1,8 \text{ t.}$$

Dari pemakaian nilai setimbang untuk bagian kanan itu, lihat gambar 43b, kita mendapat dengan $\Sigma X = 0$; $C_H = B_H$,

dengan $\Sigma Y = 0$: $C_V = B_V$ dan dengan

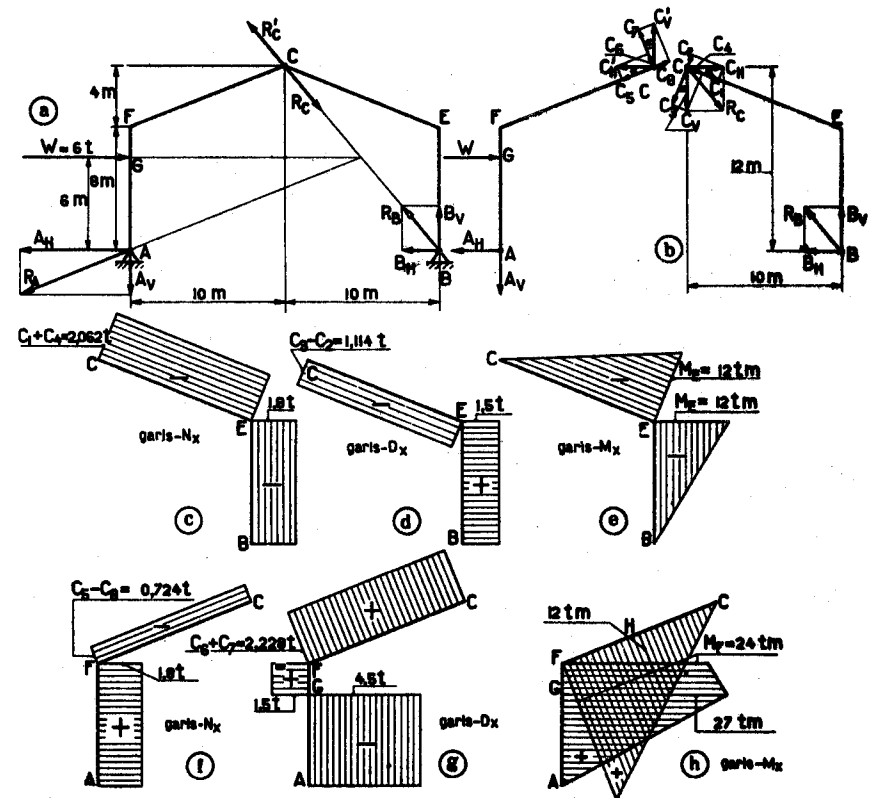
$$(\Sigma M)_C = 0: B_H \cdot 12 = B_V \cdot 10 \text{ atau } B_H = 1,5 \text{ t.}$$

Dengan mengganti syarat-syarat yang sudah dihitung itu di dalam rumus yang sebelum ini kita akan mendapat:

$$C_H = B_H = 1,5 \text{ t. } B_V = C_V = C'_V = A_V = 1,8 \text{ t.}$$

$$A_H = 6. - B_H = 4,5 \text{ t. Selanjutnya } C_H = C'_H = 1,5 \text{ t.}$$

Sesudah kita mengetahui komponen-komponen reaksi-reaksi, dapat pula kita menghitung seterusnya. C_H dan C_V kita uraikan lagi sepanjang dan tegaklurus pada sepan. Lihat gambar 43b.



Gamb. 43

$$C_1 = C_H \cos \alpha. \quad C_2 = C_H \sin \alpha. \quad C_3 = C_V \cos \alpha. \quad C_4 = C_V \sin \alpha.$$

$$C_5 = C'_H \cos \alpha. \quad C_6 = C'_H \sin \alpha. \quad C_7 = C'_V \cos \alpha. \quad C_8 = C'_V \sin \alpha.$$

Menurut yang di atas tadi $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$ dan $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$.

Apabila kita mengganti harga yang didapat itu di dalam rumus yang sebelum ini maka kita mendapat:

$$C_1 = \frac{7,5}{\sqrt{29}} \sim 1,393 \text{ t.} \quad C_2 = \frac{3}{\sqrt{29}} \sim 0,557 \text{ t.}$$

$$C_3 = \frac{9}{\sqrt{29}} \sim 1,671 \text{ t.} \quad C_4 = \frac{3,6}{\sqrt{29}} \sim 0,669 \text{ t.}$$

$$C_5 = \frac{7,5}{\sqrt{29}} \sim 1,393 \text{ t.} \quad C_6 = \frac{3}{\sqrt{29}} \sim 0,557 \text{ t.}$$

$$C_7 = \frac{9}{\sqrt{29}} \sim 1,671 \text{ t.} \quad C_8 = \frac{3,6}{\sqrt{29}} \sim 0,669 \text{ t.}$$

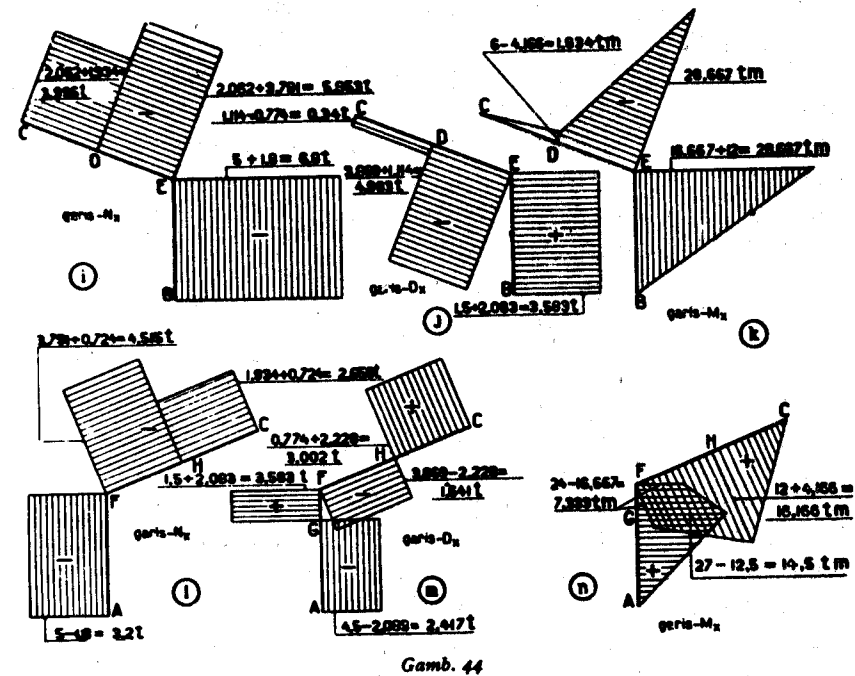
Dengan nilai-nilai ini kita segera dapat menggambarkan garis- N_x . Garis- N_x untuk bagian kiri digambarkan dalam gambar 43f, yang untuk bagian kanan dalam gambar 43c. Garis- D_x tidak memberikan kesempatan untuk peringatan-peringatan yang penting; garis- D_x untuk bagian kiri, kita lihat dalam gambar 43g, yang untuk bagian kanan dalam gambar 43d. Gambar 43e ialah garis- M_x adalah untuk bagian kanan. Garis ini digambar dengan pertolongan momen:

$$M_C = 0. \quad M_E = -12 \text{ tm.} \quad M_B = 0.$$

Garis- M_x untuk bagian kiri kita lihat dalam gambar 43h.

$$M_A = 0. \quad M_G = A_H. \quad AG = 27 \text{ tm.}$$

$$M_F = A_H. \quad AF = W. \quad GF = 24 \text{ tm.} \quad M_C = 0.$$



Gambar 44i memberikan gambaran garis- N_x untuk bagian kanan dan masuk pada beban majemuk. Gambar itu diuraikan dari gambar 42c dan 43c. Pada beban majemuk itu termasuk juga gambar 44j dan gambar 44k. Yang pertama dari gambar ini ialah garis- D_x untuk beban majemuk dan diuraikan dari gambar 42d dan 43d. Gambar 44k ialah garis- M_x untuk bagian kanan dan diuraikan dari gambar 42d dan 43d.

Pada pembebanan majemuk itu dan pada bagian kiri, juga digambarkan garis- N_x , garis- D_x dan garis- M_x . Lihatlah gambar 44l, 44m dan 44n.

Dari penampang-penampang seluruh sepanjang, penampang E dari medan BE, dibeban paling berat. Penampang ini dibebani dengan momen pembengkok dari 28,667 tm dan gaya tekan dari 6,8 t. Sekarang kita ambil untuk profil sepanjang itu, profil yang dibutuhkan untuk penampang itu. Apabila kita namakan luas penampang (yang belum diketahui) itu F , dan momen perlawanan (juga belum diketahui) yang dipakai W , maka kita harus memilih profil sedemikian rupa, sehingga ia memenuhi syarat:

$$\frac{6800}{F} + \frac{2866700}{W} < 1200.$$

Dalam rumus ini terdapat dua anu, yang tidak dapat kita tentukan. Oleh karena itu untuk sementara waktu kita ambil saja *taksiran* profil yang dibutuhkan. Untuk ini kita hanya memperhitungkan lengkung dan memilih tegangan lengkung yang dibutuhkan, dengan mengingat tegangan tekan yang tidak dipakai, agak rendah dari 1200 kg/cm². Apabila untuk sementara waktu kita menghitung dengan $\bar{\sigma}_s = 110 \text{ kg/cm}^2$, maka kita mendapat dari itu:

$$\frac{2866700}{W} = 1100; W \approx 2606 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini sesuai profil DIN 38. Profil ini sekarang diperiksa tahananannya terhadap lengkung dan tekan. Untuk DIN 38: $F = 194 \text{ cm}^2$, $W = W_x = 2688 \text{ cm}^3$. Jadi kita dapat mengharapkan tegangan normal yang terbesar yang berikut:

$$\frac{6800}{194} + \frac{2866700}{2688} \approx 1101 \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan ini agak sedikit rendah, oleh karena itu kita periksa, apakah kita dapat bekerja dengan memakai DIN 36. Untuk profil ini:

$$F = 192 \text{ cm}^2. W = W_x = 2510 \text{ cm}^3 \text{ dan}$$

$$\sigma_s = \frac{6800}{192} + \frac{2866700}{2510} \approx 1178 \text{ kg/cm}^2.$$

Jadi kita betul-betul dapat bekerja dengan memakai DIN 36.

§ 22. Teras.

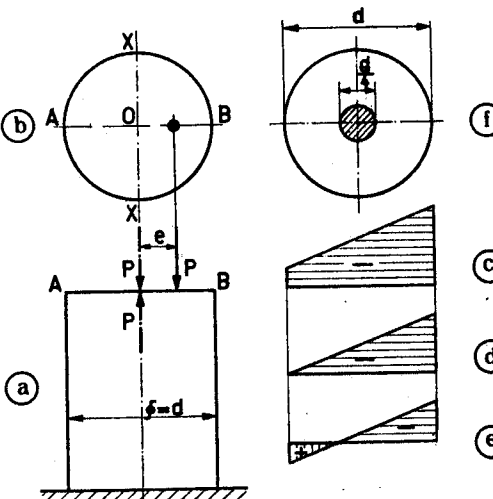
Batang silindris yang rendah pada gambar 45a dibebani tekanan oleh gaya P eksentris. Di dalam batang ini terjadi lengkung dan tekanan. Kita lihat hal ini dengan nyata sekali, apabila P dari titik gaya yang menjadi titikpotong gariskerja gaya dan penampang yang diumpamakan itu dipindahkan ke titik tengah O . Pada pemindahan P ini terjadi suatu kopel Pe , yang membebani penampang itu dengan beban lengkung, sedangkan gaya P yang dipindah-

kan itu membebani penampang itu dengan beban lengkung itu di dalam O . Ternyata tegangan pinggir yang paling besar terjadi di pinggir titik gaya dan ia berada di dalam titik B . Tegangan di dalam titik B ialah tegangan tekan dan ia adalah sama dengan:

$$\frac{P}{\frac{1}{4}\pi d^2} + \frac{Pe}{\frac{1}{32}\pi d^3}.$$

Pada sisi yang lain, pada A , tegangan pinggir ialah:

$$\frac{P}{\frac{1}{4}\pi d^2} - \frac{Pe}{\frac{1}{32}\pi d^3}.$$



Gamb. 45

Dalam keadaan yang tertentu di dalam sebuah penampang normal batang itu, hanya bekerja tegangan tekan. Hal ini terjadi, apabila: $\frac{4P}{\pi d^2} > \frac{32Pe}{\pi d^3}$, atau apabila $e < \frac{d}{8}$.

Kita peringatkan di sini, bahwa arah garis OB , di mana terletak titikgaya, pada perumpamaan ini tidak menjalankan peranan. Jadi kita boleh mengambil keputusan, bahwa di dalam penampungan normal tegangan normal di mana saja mempunyai tanda yang sama, apabila jarak antara titiknya

dan O , lebih kecil daripada atau sama dengan $\frac{d}{8}$. Keliling

lingkaran itu, yang dapat digambarkan dengan jari-jari $\frac{d}{8}$

sekeliling O , lihat gambar 45f, dinamakan keliling teras. Luas di dalam keliling ini dinamakan teras. Jadi kita dapat menyatakan yang tertulis di atas ini, sebagai berikut:

Apabila sebuah penampang dibebani eksentris dengan tekanan (atau dengan tarikan), maka tegangan normal, yang termasuk pada pembebanan eksentris itu, jika titikgaya terletak di dalam teras, dimana saja di dalam penampang mempunyai tanda yang sama.

Pada gambar 45c juga digambarkan pembagian tegang untuk keadaan, bila titikgaya terletak di dalam teras; pada gambar 45d diperlihatkan pembagian tegang, jika titikgaya terletak di atas keliling teras; pada gambar 45e, diperlihatkan pembagian tegang untuk keadaan, jika titikgaya terletak di luar teras. Bandingkanlah gambar ini dengan gambar 37f, 37g dan 37h.

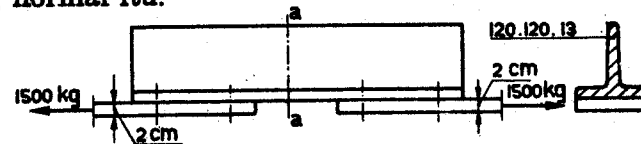
Peringatan. 1. Pada batang-batang yang tidak silindris kita juga mempunyai teras yang tertentu untuk tiap-tiap penampang itu. Teras-teras yang semacam ini tidak dibicarakan di dalam bagian ini.

2. Teras ini dipakai pada konstruksi dengan bahan yang hanya boleh dibebani dengan tekanan.

§ 23. Soal-soal.

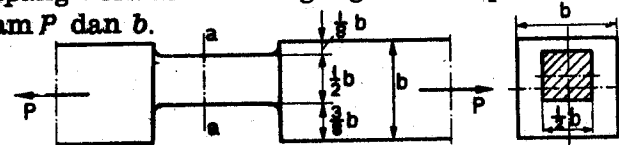
49. Sebuah batang dengan profil \perp -120.120.13 dibebani oleh dua gaya dari 1500 kg, menurut gambar 46, dengan

tarikan. Tentukanlah tegangan normal maksimum di dalam penampang $a-a$. Buatlah juga grafik dengan beberapa ukuran yang tertulis dari tegangan normal di dalam penampang normal itu.



Gamb. 46

50. Sebuah batang yang berbentuk bujursangkar dan dibebani dengan tarikan, di tempat itu dibuat lebih tipis, gambar 47 Hitunglah tegangan normal maksimum di dalam penampang normal $a-a$. Tegangan ini dapat kita nyatakan di dalam P dan b .

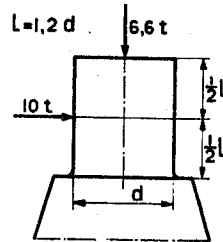


Gamb. 47

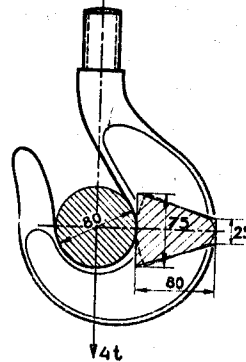
51. Sebuah tiang yang tegak dari pada dinding batu, tingginya 3 m, dengan penampang normal bujursangkar dibebani di tengah-tengah bidang ujung yang paling atas, oleh gaya P , yang mengarah ke bawah tegak dari 5 t dan oleh gaya H yang melintang. H adalah sejajar dengan dua sisi bidang atas.

Berapakah tinggi H maksimum yang dibolehkan, apabila dinding tidak boleh menahan tegangan tarikan? Ukuran penampang normal ialah 8 cm \times 80 cm. Berat jenis dinding batu itu ialah 1,6 t/m³. Berapakah besar tegangan tekan yang paling besar di dalam bidang ujung yang paling bawah, jika H mempunyai nilai paling tinggi yang dibolehkan?

52. Pena pada bagian atas paksi sebuah keran putar, menurut gambar 48, dibebani dengan beban lengkung dan tekanan. Hitunglah diameter d pena ini pada kekuatan tekan dengan lengkung. Panjang pena itu ialah 1,2 d . $\sigma = 1000$ kg/cm².



Gamb. 48

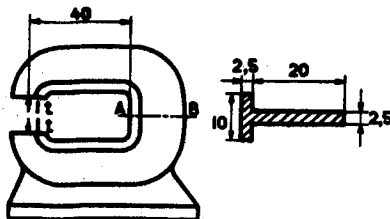


Gamb. 49

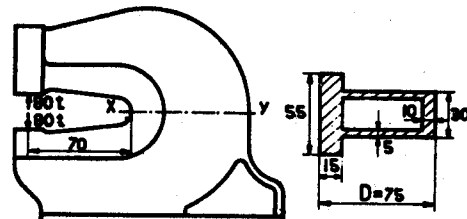
53. Sebuah kait beban untuk sebuah pembebanan maksimal dari 4 t mempunyai bentuk seperti pada gambar 49. Hitunglah dengan cara yang lazim dilakukan tegangan normal yang paling besar di dalam penampang normal yang diberikan. Penampang ini boleh dianggap sebagai trapezium. Gambarkanlah juga grafik tegangan normal dengan beberapa ukuran yang ditulis.

54. Menurut lembar-satuan N 661 untuk sebuah kait dari 30 ton (menurut gambar 49) sisi yang sejajar dan paling besar dari penampang normal yang berbentuk trapezium adalah 140 mm, sisi yang paling kecil ialah 85 mm dan jarak sisi sejajar itu adalah 180 mm. Hitunglah tegangan normal yang paling besar, apabila „titikgaya” (titikpotong gaya dari 30 t dengan penampang) menurut N 661, terletak pada sumbu simetri, 10 cm dari sisi dari 140 mm.

55. Tentukanlah pembagian tegangan untuk penampang AB rangka dari gambar 50. Jelaskanlah perhitungan itu dengan sebuah grafik.



Gamb. 50

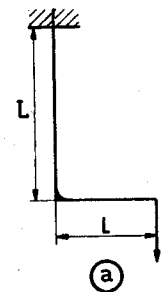


Gamb. 51

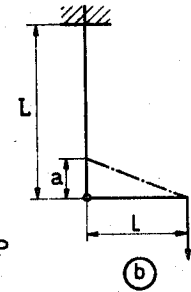
56. Tentukanlah pembagian tegangan untuk penampang XY susunan rangka dari gambar 51. Jelaskanlah perhitungan itu dengan sebuah grafik dengan beberapa ukuran yang tertulis.

57. Gambarlah garis- M , garis- N , dan garis- D , untuk batang dari gambar 52.

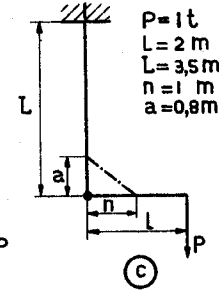
58. Gambarlah garis- M , garis- N , dan garis- D , untuk batang dari gambar 53.



Gamb. 52



Gamb. 53



Gamb. 54

59. Gambarlah garis- M , garis- N , dan garis- D , untuk batang dari gambar 54.

60. Sebuah tiang yang pendek dibebani dengan beban lengkung dan kekuatan tarik menurut gambar 55. Hitunglah tegangan yang normal paling besar yang dapat terjadi di dalam tiang ini

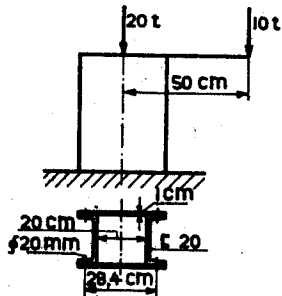
Perhat. Hitunglah tegangan tekan dan tegangan tarik ini dalam keadaan-keadaan seperti berikut;

1. apabila perlemahan paku keling tidak dimasukkan dalam perhitungan;

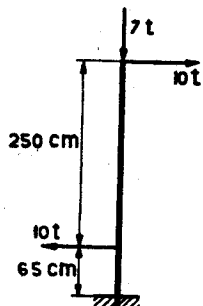
2. apabila perlemahan paku keling 4 buah paku keling dihitung;

3. apabila perlemahan paku keling 2 buah paku keling dihitung, (perhatikan pemindahan garisnetral penampang kearah lubang paku keling di mana perlemahan tidak dihitung).

4. seperti no. 3, akan tetapi sekarang dihitung momen perlembaman dan momen tahanan terhadap garisnetral penampang yang tidak lemah.



Gamb. 55



Gamb. 57

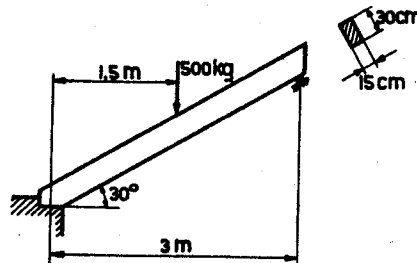
nampang ini adalah 32 cm.

63. Paksi sebuah keran putar dibebani menurut gambar 57. Tentukanlah diameter d penampang yang dibebani paling berat dengan beban lengkung dengan tekanan, apabila tegangan normal yang dibolehkan $= 1000 \text{ kg/cm}^2$.

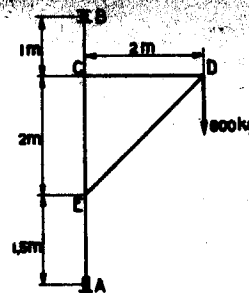
64. Gambarlah untuk batang keran pada gambar 58 garis- M , garis- N , dan garis- D .

61. Gambarlah garis- M , garis- N , dan garis- D untuk balok pada gambar 56. Hitunglah tegangan normal yang paling besar.

62. Bagan pembebanan paksi sebuah keran putar digambarkan dalam gambar 57. Gambarlah untuk paksi ini garis- M , garis- N , dan garis- D . Hitunglah tegangan normal yang paling besar dalam penampang dalam momen pembengkok yang paling besar. Diameter d pe-

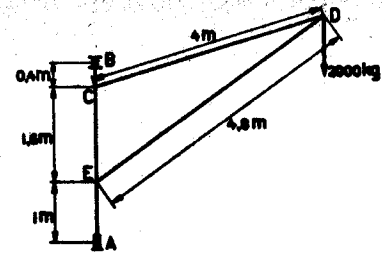


Gamb. 56



Gamb. 58

65. Gambarlah untuk batang keran pada gambar 59 garis- M , garis- N , dan garis- D .



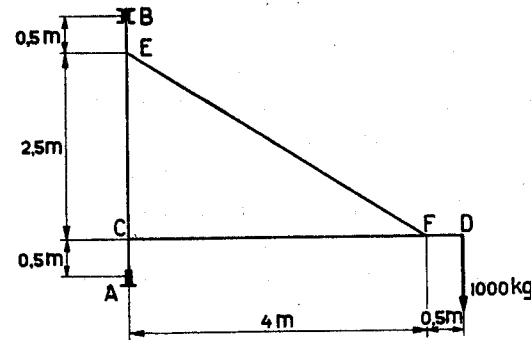
Gamb. 59

66. Gambarlah untuk batang keran pada gambar 60 garis- M , garis- N , dan garis- D .

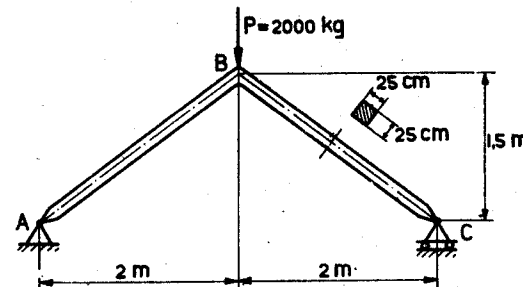
67. Gambarlah garis- M , garis- N , dan garis- D balok yang lengkung dari gambar 01. Hitunglah tegangan normal yang paling besar.

68. Ditanyakan garis- M , garis- N , dan garis- D untuk salah satu dari kedua tiang pada gambar 62. Hitunglah juga tegangan normal yang paling besar.

69. Sebuah batang dari baja dengan sebuah penampang normal bujursangkar, pada sisi atas diapit tegak. Pada salah satu

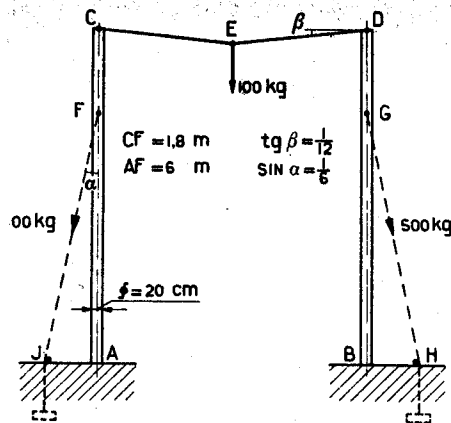


Gamb. 60



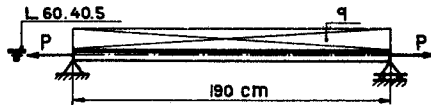
Gamb. 61

dari titik sudut bidang bawah tergantung beban dari 10 t Hitunglah sisi penampang normal, apabila $t = \sigma_s = 700$ Bobot sendiri batang itu dapat dianggap tidak ada.



Gamb. 62

70. Sebuah balok yang terdiri atas dua buah baja sudut yang bersisi tidak sama, pada ujungnya ditunjang menurut gambar 63. Balok itu mendukung pada seluruh panjangnya yang terbagi sama rata q dan selain itu dibebani dengan tarikan oleh dua gaya P . Berapakah besar P setinggi-tingginya yang dibo-
lehan?



Gamb. 63

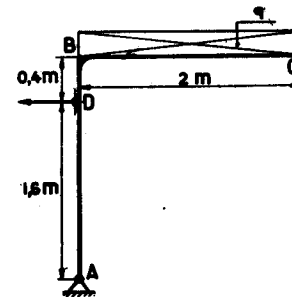
$$q = 120 \text{ kg/cm. } \bar{\sigma}_t = 800 \text{ kg/cm}^2.$$

71. Sebuah balok AB adalah tegak dan dapat mengengsel sekeliling titik B yang paling bawah dari balok itu. Penampang normal adalah segipanjang dan mempunyai sisi dari 16 cm dan 30 cm. AB diikatkan dengan batang tarik AC yang miring pada titik C yang tetap AC terletak di dalam bidang simetri S dari balok itu yang sejajar dengan sisi panjang penampang normal segipanjang itu, $AB = 4 \text{ m}$. $BC = 3 \text{ m}$ dan tegaklurus pada AB. Balok AB di titik D dibebani dengan gaya P yang mendatar. $AD = 1,6 \text{ m}$. $P = 2 \text{ t}$. P terletak di dalam bidang S. Gambarkan garis- M_x , garis- D_x untuk balok AB. Hitunglah tegangan normal yang paling besar dan

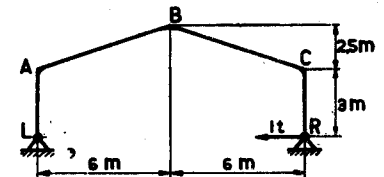
tegangan geser yang paling besar di dalam sebuah penampang normal dari balok itu, jika kita umpamakan, bahwa gaya melintang itu terbagi sama rata pada sebuah penampang normal.

72. Sebuah balok ABC, lihat gambar 64, pada A ditunjang secara berputar dan dijangkarkan di dalam D dalam arah melintang. Bagian BC dibebani sama rata dengan 2 t/m , AB tegak. Fengikatan batang jangkar AB pada balok itu di dalam D dapat kita anggap sebagai sebuah engsel.

Ditanyakan: garismomen dan garisgaya melintang untuk AB dan untuk BC. Ambillah untuk skala ukuran panjang 1 cm $\#$ 20 cm, skala gaya 1 cm $\#$ 0,5 t dan skala momen 1 cm $\#$ 0,5 tm.



Gamb. 64



Gamb. 65

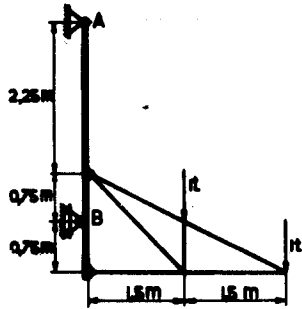
73. Sebuah sepan dalam bentuk LABCR, lihat gambar 65, di dalam L dan R ditunjang secara berengsel sepan itu mendukung pada bagian ABC, beban Q yang tegak dan terbagi sama rata, besarnya 12 t, dan pada bagian CR beban W yang mendatar dan terbagi sama rata, besarnya 1,5 t. Selanjutnya diketahui bahwa uraian yang mendatar dari reaksi titiktumpuan kanan = 1 t, seperti yang diperlihatkan oleh bagan itu. Ditanyakan: garismomen dan garisgaya melintang untuk bagian AB. Ambillah skala ukuran panjang: 1 cm, $\#$ 50 cm, skala gaya: 1 cm $\#$ 1 t dan skala momen 1 cm $\#$ 0,5 tm.

Perhat. W diarahkan ke kiri.

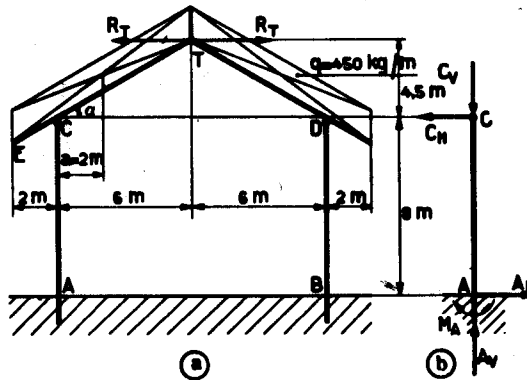
74. Sebuah tiang AC tahan lengkung yang tegak, dimana menurut gambar 66 dipasangkan sebuah sepan-tritis, pada A dipasang secara berengsel dan pada B ditunjang dengan sebuah perletakan rol. Tentukanlah gaya di dalam

batang dari pekerjaan vak. Gambarkanlah garis- M_x , garis- D_x dan garis- N_x untuk tiang AB itu.

75. Tentukanlah untuk sepan pada gambar 67, reaksi di dalam T , C dan A . Gambarkanlah garis- M_x , garis- D_x dan garis- N_x untuk AC.

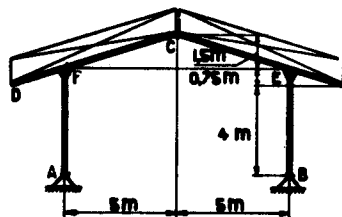


Gamb. 66



Gamb. 67

76. Dari sebuah konstruksi engsel tiga yang berdinding penuh dalam gambar 68, digambarkan sebuah sepan. Jarak antara sepan-sepan itu satu sama lain ialah 4 m. Beban yang tegak pada bidang atap, termasuk juga bobot sendiri, berjumlah 150 kg/m^2 bidang atap; tekanan angin sama dengan 100 kg/m^2 di atas bidang yang dikenal secara tegak lurus sedang kita dapat mengambil arah angin itu melintang.



Gamb. 68

Tentukanlah nilai yang paling tinggi dari momen pembengkok di titik yang paling tinggi dari tiang-tiang.

Perhat Komponen mendatar arah angin diarahkan dari kiri ke kanan. Tekanan angin terhadap bagian yang paling bawah tiang AF, harus dimasukkan dalam perhitungan.

PELAJARAN VI.

Tekuk dengan lengkung.

§ 24. Pendahuluan.

Batang-batang yang harus dihitung pada tekuk, karena disebabkan oleh suatu beban yang sentris dan yang harus juga memindahkan momen lengkung, mengalami beban tekuk dengan lengkung. Konstruktor-konstruktor seringkali mengartikan keadaan beban semacam ini berlain-lainan, karena itu cara menghitungnya bermacam-macam pula. Kita hanya akan mendaratkan pembicaraan mengenai soal ini pada petunjuk-petunjuk yang bersangkutan dari V.O.S.B. 1933¹⁾ (N 1008) dan pada petunjuk-petunjuk dari H.C.N.N.

a. Menurut artikel 21 dari petunjuk-petunjuk yang disebutkan pertama: „jumlah tegangan-tegangan, yang disebabkan oleh gaya tekan, dikalikan dengan kofisen tekuk (ω_k) dan tegangan yang disebabkan oleh momen pembengkok tidak boleh melewati tegangan (tarik) yang dibolehkan”. Pada batang di mana kopel pembengkok terletak di dalam bidang simetri jalannya perhitungan adalah sebagai berikut. Apabila gaya tekan sama dengan P , momen pembengkok sama dengan M_b , luas penampang normal sama dengan F , momen tahanan yang dipakai sama dengan W , maka pada tegangan $\bar{\sigma}_d$ yang dibolehkan harus dipenuhi syarat:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} \leq \bar{\sigma}_d.$$

Di dalam ini, ω_k (ω) ialah kofisen tekuk. Menurut N 1008, artikel 46:

$$\omega = \frac{\text{tegangan tarik yang dibolehkan}}{\text{tegangan tekan yang dibolehkan}}$$

1) Petunjuk-petunjuk untuk membuat jembatan baja, 1933.

Menurut catatan kita: $\omega = \omega_k = \frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_k}$; dengan $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_s$,
kita mendapat $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_k}$.

Pada soal-soal berikutnya yang telah diselesaikan, kita akan memakai daftar untuk ω (ω_k) yang terdapat di dalam N 1008. Daftar-daftar ini dimasukkan di dalam tempat bertanya agenda S.T.M.; untuk memudahkan daftar, untuk Bd 37 dapat dicetak dibelakang ini.

Apabila kopel pembengkok tidak terletak di dalam bidang simetri dan MB dapat kita uraikan dalam komponen M_1 dan M_2 menurut dua bidang simetri yang satu sama lain tegaklurus, yang memotong penampang normal menurut sumbu simetri XX dan YY, harus dipenuhi syarat:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_2}{W_X} + \frac{M_1}{W_Y} < \bar{\sigma}_d.$$

W_X di sini adalah momen tahanan terhadap sumbu-X, W_Y adalah momen tahanan terhadap sumbu-Y. ω_k adalah selalu kofisen tekuk, yang termasuk pada jari-jari perlembaman yang paling kecil.

b. Menurut H.C.N.N. maka seperti ternyata dari lembar-satuan N 793 lihat hlm. 115; „kita harus memperhatikan kedua pengaruh pada beban sentris dan lengkung pada waktu yang sama”

Cara-cara menurut a dan b akan kita terangkan lebih jelas di dalam pasal sesudah ini dengan beberapa soal yang telah diselesaikan. Kita selalu akan menghitung menurut N 1008 atau menurut N 793.

$\sigma_t = 1400 \text{ kg/cm}^2$		KOFISEN TEKUK																	untuk Bd. 37				
		1	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
0	1	1	1	1	1.00	1.09	1.20	1.33	1.49	1.70	1.98	2.36	2.86	3.41	4.00	4.64	5.32	6.05	6.83	7.66	8.53	9.45	
1	1	1	1	1	1.01	1.10	1.21	1.34	1.51	1.73	2.02	2.41	2.91	3.46	4.06	4.70	5.39	6.13	6.91	7.74	8.62		
2	1	1	1	1	1.02	1.11	1.22	1.36	1.53	1.75	2.05	2.46	2.97	3.52	4.12	4.76	5.46	6.20	6.99	7.83	8.71		
3	1	1	1	1	1.03	1.12	1.23	1.37	1.55	1.87	2.08	2.51	3.02	3.58	4.18	4.83	5.53	6.28	7.07	7.92	8.81		
4	1	1	1	1	1.03	1.13	1.25	1.39	1.57	1.80	2.12	2.56	3.07	3.64	4.24	4.90	5.60	6.36	7.15	8.00	8.90		
5	1	1	1	1	1.04	1.14	1.26	1.41	1.59	1.83	2.15	2.61	3.13	3.69	4.31	4.97	5.68	6.44	7.24	8.09	8.99		
6	1	1	1	1	1.05	1.15	1.27	1.42	1.61	1.86	2.19	2.66	3.18	3.75	4.37	5.04	5.75	6.51	7.32	8.18	9.08		
7	1	1	1	1	1.06	1.16	1.29	1.44	1.63	1.89	2.23	2.71	3.24	3.81	4.44	5.11	5.82	6.59	7.40	8.27	9.17		
8	1	1	1	1	1.07	1.17	1.30	1.46	1.66	1.92	2.28	2.76	3.29	3.87	4.50	5.18	5.90	6.67	7.49	8.36	9.27		
9	1	1	1	1	1.08	1.19	1.31	1.47	1.68	1.95	2.32	2.81	3.35	3.93	4.57	5.25	5.97	6.75	7.57	8.45	9.36		

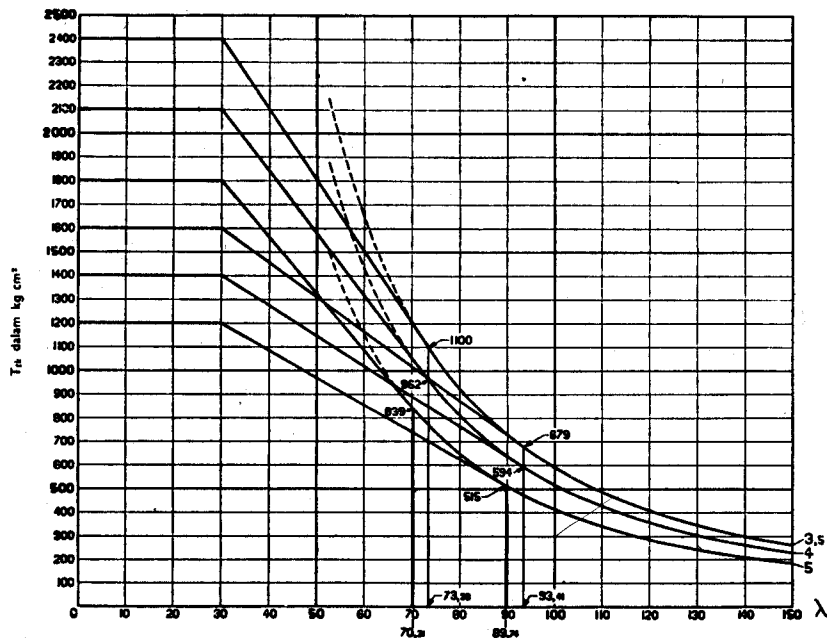
1. Dikutip dari N 1008 dengan seizin komisi normalisasi.
2. Grafik pada daftar ini dicetak pada hlm. 135, lihat gamb. 69.

KOMISI BESAR UNTUK NORMALISASI DINERGERI BELANDA

BATANG-BATANG BAJA TUNGGAL

Cetakan ke-3 Des. 1939
pada hal yang tak penting
dibawah.

Tegangan-tekan yang dilazinkan (T_{th}) didalam batang-batang baja tunggal dibebani secara pemusatan, dalam mana kerampingan (λ) tidak lebih besar dari pada 30, adalah sama dengan tegangan-tekan yang dilazinkan menurut N 791. Didalam batang-batang (T_{th}) harus dihitung menurut rumus Euler ($S_{\text{th}} = \frac{2 \times 100.000}{\lambda^2} = \frac{20.728.000}{\lambda^2}$) berturut-turut dengan pengaman berganda 5, 4 dan 3,5 yaitu didalam hal-hal, bilamana peraturan-peraturan menurut N 791 pada pemakalan baja, yang mamenuhi syarat-syarat percobaan untuk 8d, 37 menurut N 702, berturut-turut mengizinkan tegangan-tekan dari 1200, 1400 dan 1600 kg/cm² dan dari baja paduan 8d, 37 berturut-turut 1800, 2100 dan 2400 kg/cm². Untuk batang-batang yang kerampingannya terletak diantara itu, maka perhubungan yang mengawal tegangan-tekan yang dilazinkan dan kerampingan adalah berjalan menurut suatu garis lurus, yang menyimpang pada garis lengkung dari Euler, lihatlah grafik dibawah ini. Sebagai panjang-tekan dipakai disini panjang-sistem.



BATANG-BATANG BAJA BERSUBUN

Pada waktu menetapkan jarak-jarak dari rangkaian dari separdua batang-batang yang disusun dua bagian dan dibebani secara pemusatan, kita harus mengambil suatu gaya yang timbul didalam salah satu batang-batang bersusun, yang dihitung menurut rumus:

$$P_1 = \frac{140}{280 - \lambda} P$$

Didalam rumus ini berarti:

- P = jumlah gaya dalam ton
- P₁ = gaya didalam salah satu batang bersusun dalam ton
- λ = kerampingan dari batang (panjang-tekan, dibagi oleh jari-jari lembam terhadap sumbu bebas-beban).

Pada konstruksi-konstruksi yang penting dapat diharuskan, bahwa ukuran-ukuran dan penyambungan-penyambungan dari hubungan-hubungan harus dihitung. Kedua-dua perdus bagian dari batang tersusun harus selalu dirangkalkan luncang disebelah, atau apabila konstruksi itu berdirigengga, terdapat mungkin diantara pelat-pelat simpul. Jika dari perhitungan ternyata, bahwa harus diadakan lebih banyak pereng kel perangkai, maka jumlahnya harus sedemikian besar, hingga batang dapat dibagi dalam sejumlah bagian yang genjil. Pelat-pelat rangkai harus diletakkan sekurang-kurangnya dengan dua paku-keling (pentak) pada tiap-tiap bagian.

PERHATIAN

Pada pembebanan pemusatan dan lengkungan serentak kita harus memperhatikan kedua-dua pengaruh itu.

Untuk tegangan-tegangan lihatlah N 791.

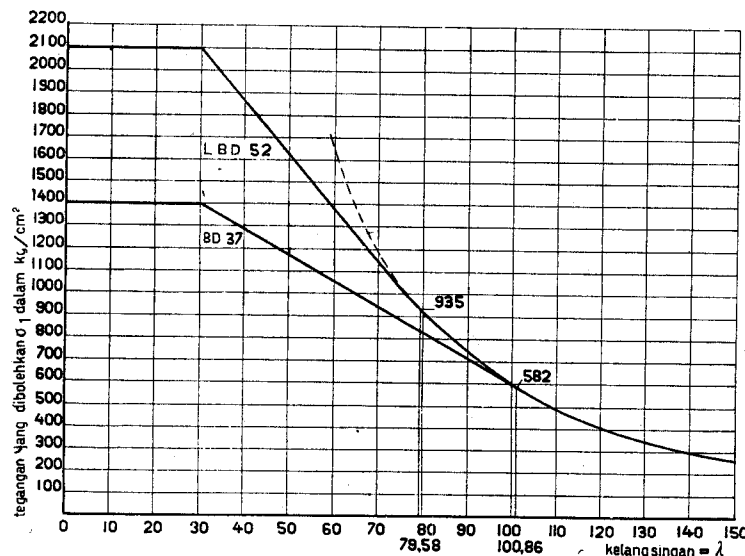
Untuk peraturan-peraturan istimewa untuk konstruksi-konstruksi-baja lihatlah N 798.

LEMBAR INI SUPAYA DIPAKAI BERSAMA-SAMA DENGAN N 700, N 709, N 791, N 792, N 794 DAN N 795.

DASAR-DASAR TEHNIK UNTUK
PERATURAN-PERATURAN BANGUNAN
TEKUK-PADA BATANG-BATANG BAJA

N 793

I.I.D. : 69



Gamb. 69

8 25. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Soal 29. Sesudah batang dari profil DIL, harus menahan gaya tekan dari 50 t. Selain itu kita harus menghitung pada momen maksimal dari 4500 kgm. yang disebabkan oleh tekanan angin kearah badan. Panjang batang itu ialah 4 m, $\sigma_d = 1400 \text{ kg/m}^2$. Tentukanlah nomor profil.

Cara menghitung. Menentukan nomor profil itu tidak dapat diselenggarakan dengan langsung. Oleh karena itu kita mulai dengan menaksir nomor profil itu untuk sementara. Profil yang didapat itu kita periksa tahannya terhadap tekuk dengan lengkung; apabila profil itu tidak memenuhi hal itu, maka kita pilih nomor profil yang lain.

Menyambung bagian B, mula-mula kita tentukan I dari:

$$I = 2,41 PL^3$$

Rumus ini termasuk pada kofisen keamanan 5, lihat bagian B. Sungguhpun kita boleh menghitung pada $\bar{\sigma}_s = 1400 \text{ kg/cm}^2$, menurut N 793 dengan $n = 4$, jadi dengan $I = 2,41 PL^3$, akan tetapi kita pertahankan juga rumus ini, oleh karena pengaruh lengkung pada perhitungan sementara diabaikan. Dengan $P = 50 \text{ t}$, $L = 4 \text{ m}$ kita mendapat $I = 2,41.50.4^3 = 1928 \text{ cm}^4$.

Dalam daftar-daftar profil, sekarang kita cari profil-DIL, untuk mana I_y sekurang-kurangnya sama dengan 1928 cm^4 . Untuk ini DIL-20 dapat terpakai. Untuk ini $I_y = 2002 \text{ cm}^4$ jadi tidak begitu banyak berbeda dengan 1928 cm^4 .

Oleh karena kita belum memperhatikan lengkung, maka kita tentukan untuk sementara waktu pilihan kita pada DIL-22. Untuk ini:

$$F = 84,55 \text{ cm}^2; W_x = 714 \text{ cm}^3; W_y = 258 \text{ cm}^3; i_{min} = 5,79 \text{ cm}.$$

Sekarang kita periksa profil itu menurut N 1008. $\lambda = \frac{100}{5,79} \approx 69$.

Menurut daftar kofisen-kofisen tekuk, lihat hlm. 114, maka $\omega = \omega_k = 1,47$.

Dalam menghitung pada lengkung kita menghitung dengan $W_x = 714 \text{ cm}^3$, oleh karena garisnetral lengkung, pada cara-beban yang diberikan, jatuh sepanjang XX. Apabila kita ganti nilai yang diberikan itu dan nilai-nilai yang telah didapat itu dalam:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} < \bar{\sigma}_s$$

maka kita akan mendapat untuk ruas yang pertama:

$$\frac{50\,000.1,47}{84,55} + \frac{450\,000}{714} \approx 1499 \text{ kg/cm}^2.$$

Ini adalah lebih dari $\bar{\sigma}_s = 1400 \text{ kg/cm}^2$. DIL-22 jadi terlalu ringan. Sekarang kita cari, apakah DIL-24 dapat terpakai. Untuk DIL-24:

$$F = 98,50 \text{ cm}^2. W_x = 909 \text{ cm}^3. i = i_{min} = 6,31 \text{ cm}.$$

$$\lambda = \frac{400}{6,31} \approx 63. \omega_k = \omega = 1,37.$$

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} = \frac{50\,000.1,37}{98,5} + \frac{450\,000}{909} \approx 1191 \text{ kg/cm}^2.$$

Ini jauh lebih kurang dari 1400 kg/cm^2 , jadi profil DIL-24 dapat kita pertahankan. Sekarang kita menghitung DIL-24 itu sekali lagi menurut N 793. Menurut lembar-satuan ini, kita harus memperhatikan pengaruh beban yang sentris dan lengkung, seperti yang telah kita lihat di dalam pasal sebelum ini. Sekarang kita dapat memperhatikan kedua pengaruh itu, dengan meninjau kembali rumus:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} < \bar{\sigma}_s$$

$\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\sigma_b}$ dapat kita tentukan dengan N 793. Begitu juga dalam contoh kita $\lambda = 63$. Menurut lembar-satuan N 793, untuk ini suailah $\bar{\sigma}_s \approx 980 \text{ kg/cm}^2$. Dari $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\sigma_b}$

$$\text{kita mendapat } \omega_k = \frac{1400}{908} \approx 1,43.$$

Jadi kita mendapat menurut N 793:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} = \frac{50\,000 \cdot 1,43}{98,5} + \frac{450\,000}{909} \approx 1222 \text{ kg/cm}^2.$$

Angka ini juga lebih kurang dari 1400 kg/cm^2 , sehingga DIL-24, menurut N 793, dapat juga terpakai.

Peringatan. Kita telah mendapat untuk ω_k , menurut N 1008, nilai yang sedikit lebih rendah dari nilai yang menurut N 793. Ini dapat diterangkan seperti berikut. Menurut N 1008 kita menghitung dengan $n = 3,5$; menurut N 793, pada $\bar{\sigma}_s$ 1400 kg/cm^2 dengan $n = 4$. Dari sini ternyata bahwa garislengkung EULER di dalam diagram $\lambda-\sigma_k$, menurut N 1008 harus terletak sedikit lebih tinggi daripada di dalam diagram $\lambda-\bar{\sigma}_k$ dari N 793. Juga garissinggung „dari titik 30/1400” pada garislengkung EULER, akan memberikan nilai yang sedikit lebih tinggi untuk σ_k pada harga λ yang tertentu menurut N 1008, daripada menurut N 793. Jadi seharusnya $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_k}$, pada harga tertentu dari λ , menurut N 1008 sedikit lebih kecil dari pada menurut N 793 (pada nilai λ yang sama).

Soal 30. Sebuah batang yang tersusun atas dua buah profil-I yang „punggung-punggungnya” ditempatkan pada jarak 1 cm, harus dapat menahan gaya tekan dari 18 t dan momen lengkung dari 800 000 kg·cm. Panjang batang itu ialah 1,5 m. Bidang kopel pembengkok berhubungan dengan bidang simetri yang bebas dari bahan. Tentukanlah nomor profil. $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. Hitunglah dengan lembar-satuan N 793.

Cara menghitung. Juga sekarang kita harus membuat taksiran dari nomer profil, sesudah itu dapat kita memeriksa profil yang dipilih untuk sementara waktu itu pada tekuk dengan lengkung. Oleh karena batang itu pendek dan momen pembengkok adalah sedikit besar, kita membuat taksiran dengan rumus lengkung.

$$W = \frac{M_b}{\bar{\sigma}_s} = \frac{800\,000}{1200} \approx 667 \text{ cm}^3.$$

Untuk ini sesuai dua buah profil I-26 yang berjarak 1 cm satu sama lain.

$$F = 96,6 \text{ cm}^2. \quad W = W_x = 2,371 = 742 \text{ cm}^3.$$

$$i = i_{min} = 3,84 \text{ cm}.$$

Jadi

$$\lambda = \frac{150}{3,84} \approx 39. \text{ Menurut diagram } \lambda-\bar{\sigma}_k \text{ maka } \bar{\sigma}_k \approx 1095 \text{ kg/cm}^2$$

dan

$$\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_k} = \frac{1200}{1095} \approx 1,1.$$

Dengan ini:

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} = \frac{18000 \cdot 1,1}{96,6} + \frac{800\,000}{742} \approx 1282 \text{ kg/cm}^2$$

Angka ini 82 kg/cm^2 lebih banyak. Jadi kita dapat memakai I-28. Cobalah tuan hitung kembali sendiri.

Soal 31. Kolom-kolom di dalam dinding panjang sebuah gedung dengan dinding-dinding pekerjaan bengkai telah dihitung untuk tekanan sentris dari beban kap dari 10 t, dan untuk momen beban angin dari 750 000 kgcm. Panjang kolom itu ialah 6 m. Profil yang dipilih ialah I 32. Sesudah kolom-kolom itu di bengkel dipotong menurut panjang yang dikehendaki, terjadi perubahan dalam perintah. Sekarang ia harus menjadi „overkapping” yang bebas dengan tidak memakai dinding. Pada kolom-kolom itu jadi akan bekerja gaya sentris dari 10 t dan momen dari 350 000 kgcm. Diminta supaya diselidiki, apakah kolom itu sekarang cukup kuat, dan apabila tidak kuat, ditanyakan cara memecahkan soal itu, supaya profil yang telah terpotong itu dapat juga hendaknya dipakai.

$$\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Perhat Bidang kopel lengkung adalah sejajar dengan badan. Di dalam dinding pekerjaan bingkai, kolom-kolom itu cukup ditunjang dengan kaidah-kaidah panjang.

Cara menghitung. Apabila kolom itu dipasang didalam dinding panjang ia ditunjang setempat oleh kaidah pan-

jang dinding itu. Jika dinding itu tidak ada, maka penunjang sisi-sisi ini tidak diperlukan lagi dan yang tinggal hanya ukuran panjang tekuk yang lebih besar. Jadi perlu juga memeriksa profil yang diberikan itu, sekalipun momen yang terlampaui kecil itu harus diambil. Untuk I-32:

$$F = 77,8 \text{ cm}^2. \quad W_x = 782 \text{ cm}^3. \quad i = i_{min} = 2,67 \text{ cm}.$$

$$\lambda = \frac{600}{2,67} \approx 225. \text{ Menurut N 793 } \bar{\sigma}_k \text{ yang termasuk: } \approx 82 \text{ kg/cm}^2 \text{ dan}$$

$$\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_k}{\sigma_k} = \frac{1200}{82} \approx 14,6.$$

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_k}{W} = \frac{10\,000 \cdot 14,6}{77,8} + \frac{350\,000}{782} \approx 2325 \text{ kg/cm}^2.$$

Tegangan ini terlalu tinggi; kita harus menegangkan profilnya. Supaya ruang itu jangan menjadi kecil dan juga oleh karena ini menurut konstruksi adalah yang paling baik, kita tegangkan kolom itu dengan memasang profil [pada kedua flensnya. Untuk ini kita pilih dua buah profil [14. Apabila profil-profil [itu dipasang simetris dengan punggungnya menghadap kepada flens-flens profil I, maka kita akan mendapat untuk profil yang tersusun itu:

$$F = 77,8 + 2 \cdot 20,4 = 118,6 \text{ cm}^2.$$

$$I_x = 12\,510 + 2(62,7 + 17,75^2 \cdot 20,4) \approx 25490 \text{ cm}^4.$$

$$W_x = \frac{I_x}{e} = \frac{25490}{22} \approx 1159 \text{ cm}^3.$$

$$I_y = 555 + 2 \cdot 605 = 1765 \text{ cm}^4.$$

$$i = i_y = \sqrt{\frac{1765}{118,6}} \approx 3,86 \text{ cm}. \quad \lambda = \frac{600}{3,86} \approx 156.$$

$$\bar{\sigma}_k \approx 170 \text{ kg/cm}^2. \quad \omega_k = \frac{1200}{170} \approx 7,06.$$

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_k}{W} = \frac{10\,000 \cdot 7,06}{118,6} + \frac{350\,000}{1159} \approx 897 \text{ kg/cm}^2.$$

Penegangan ini sudah cukup. Kita pun dapat juga memajukan pertanyaan, apakah kita dapat memakai dua profil [12. Jawaban pertanyaan ini kita serahkan kepada

pembaca, karena perhitungan' yang bersangkutan tidak memberi kemungkinan baru.

Soal 32. Pada gambar 70a digambarkan salah satu dari bagian yang simetris dari sebuah pekerjaan bingkai. Diminta untuk menghitung batang AB yang tahan terhadap lengkung. Jarak sepan berjumlah 5 m. Kita hanya menghitung beban yang tegak dari 150 kg/m² bidang dasar $\bar{\sigma}_k = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

Cara menghitung. Beban itu kita umpamakan terbagi pada titik pertemuan; lihat gambar 70a.

$$P_1 = \frac{5 \cdot 2 \cdot 150}{2} = 750 \text{ kg}.$$

$$P_2 = \frac{5 \cdot 2 \cdot 150}{2} + \frac{5 \cdot 1,5 \cdot 150}{2} = 1312,5 \text{ kg}.$$

$$P_3 = P_4 = P_5 = 5 \cdot 1,5 \cdot 150 = 1125 \text{ kg}.$$

$R_A = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \frac{1}{2}P_5 = 4875 \text{ kg}$. Resultante A dari R_A dan P_1 sama dengan:

$$A = 4875 - 750 = 4125 \text{ kg}.$$

Batang yang tahan terhadap lengkung itu digambarkan tersendiri pada gambar 70b. Pada batang ini bekerja: gaya A, gaya P_2 , gaya P_3 dan gaya batang S_1 , S_2 dan S_3 . Semua gaya, selain P_3 , S_2 dan S_3 diuraikan sepanjang AB dan tegaklurus pada AB.

$$A' = A \sin 60^\circ = 4125 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 3572 \text{ kg}.$$

$$A'' = A \cos 60^\circ = 4125 \cdot \frac{1}{2} = 2062,5 \text{ kg}.$$

$$P_2' = P_2 \sin 30^\circ = 1312,5 \cdot \frac{1}{2} = 656,25 \text{ kg}.$$

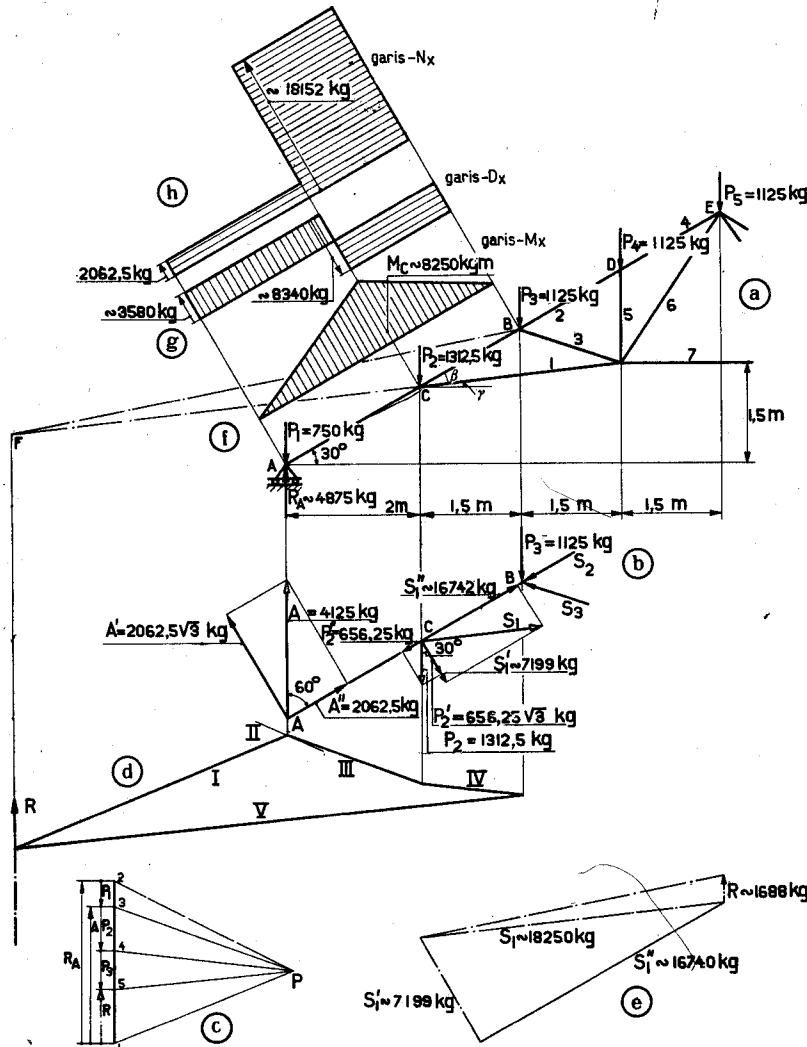
$$S_1' = S_1 \lg \beta.$$

$$\lg \beta = \lg (30^\circ - \gamma) = \frac{\lg 30^\circ - \lg \gamma}{1 + \lg 30^\circ \cdot \lg \gamma} \approx 0,43.$$

S_1' dapat kita hitung dari setimbangannya batang AB. Apabila kita pakai untuk batang ini ketentuan momen terhadap B, maka kita mendapat:

$$4125,3,5 - 1312,5,1,5 - S'_1 \cdot \frac{1,5}{\cos 30^\circ} = 0. \quad S'_1 \sim 7199 \text{ kg.}$$

$$S''_1 = \frac{S'}{\tan \beta} = \frac{7199}{0,43} \sim 16742 \text{ kg.}$$



Gamb. 70

Bagian AC dibebani dengan tekanan oleh sebuah gaya dari 2062,5 kg. Dalam CB gaya tekan di dalam penampang normal sama dengan:

$$S''_1 + A'' - P''_2 = 16742 + 2062,5 - 652,25 \sim 18152 \text{ kg.}$$

Garisgaya normal untuk AB digambarkan dalam gambar 70h. Dalam gambar 70f digambarkan garismomen untuk AB. Di sini dipakai momen seperti berikut:

$$M_A = 0. \quad M_C = A. \quad AC = 4125,2 = 8250 \text{ kgm.}$$

Penampang normal C dari batang AB dibebani paling berat. Di sini bekerja gaya normal (gaya tekan) dari 18152 kg dan momen pembengkok dari 8250 kgm. Untuk menetapkan profil yang cocok untuk AB, kita sementara harus memilih dan profil yang dipilih itu dihitung kembali pada tekuk dengan lengkung. Sebagai sambungan dari soal 30, kita dasarkan pada][-28. Pelah buhul, pada ujung-ujung batang di antara kedua profil [itu kita ambil tebalnya 1 cm. Bidang simetri yang bebas, kita ambil di dalam bidang beban. Pada perhitungan pemeriksaan profil yang dipilih itu, kita perhatikan satu demi satu AC dan AB. Gaya tekan sentris di dalam CB betul-betul lebih besar dari pada gaya yang di dalam AC, akan tetapi panjang A sebaliknya lebih besar pula dari panjang CB. Menurut daftar-daftar profil untuk][-28 :

$$F = 2.53,3 = 106,6 \text{ cm}^2. \quad W_X = 2.448 = 896 \text{ cm}^3.$$

$$i = i_{\min} = 4,07 \text{ cm.}$$

$$\text{Untuk CB, panjang tekuk sama dengan } \frac{150}{\cos 30^\circ} \sim 173 \text{ cm}$$

$$\text{dan } \lambda = \frac{173}{4,07} \sim 42,5.$$

$$\text{Menurut N 793 jadi } \bar{\sigma}_k \sim 1057 \text{ kg/cm}^2; \quad \omega_k = \frac{1200}{1057} = 1,14.$$

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} = \frac{18152 \cdot 1,14}{106,6} + \frac{825000}{896} \sim 1115 \text{ kg/cm}^2.$$

Profil yang dipilih itu jadi boleh kita pakai. Sekarang kita periksa lagi bagian AC.

$$\lambda = \frac{200}{\cos 30^\circ \cdot 4,07} \sim 56,6. \quad \text{Pada ini termasuk } \bar{\sigma}_k \sim 895 \text{ kg/cm}^2; \quad \omega_k =$$

$$= \frac{1200}{895} \sim 1,34.$$

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M_b}{W} = \frac{2062,5 \cdot 1,34}{160,6} + \frac{825000}{896} \sim 947 \text{ kg/cm}^2.$$

Jadi profil yang dipilih untuk ini dapat dipertahankan untuk bagian AC.

Peringatan. 1. Dalam gambar 70c, d dan e, penentuan gaya, yang dibebani dengan beban lengkung tekanan, dilaksanakan secara grafis. Gambar 70c adalah gambar-kutub untuk gaya-gaya: R_A , P_1 ($A = R_A - P_1$), P_2 dan P_3 . Dengan ini resultante R untuk gaya tersebut sudah ditentukan. Tempat R kita peroleh dengan sudut banyak batang yang termasuk padanya, lihat gambar 70d. R harus setimbang dengan gaya batang S_1 dan resultante dari gaya batang S_2 dan S_3 . Seharusnya gariskerja ketiga gaya itu berjalan melalui satu titik. Titik itu ialah titikpotong F dan R dan S_1 . Sesudah kita ketahui arah-arrah ketiga gaya itu, kita dapat mengonstruir besarnya dengan segitiga gaya, lihat gambar 70e. Di dalam gambar ini S_1 sudah didapat dan kemudian diuraikan dalam S'_1 dan S''_1 .

2. Dalam gambar 70g, digambarkan pula garis- D_x . Gaya yang dipakai di dalam gambar ini, diambil dari gambar 70b.

§ 26. Soal-soal.

77. Sebuah kolom, yang terdiri dari dua profil [no. 18, yang dikopel dengan cukup, panjangnya 4,5 m, dan dibebani dengan gaya tekan sentris dari 20 t dan selain itu juga mendukung beban dari 3 t. Beban dari 3 t ini bekerja eksentris di dalam bidang simetri yang bebas dari bahan pada 1,5 m dari sebelah bawah kolom itu. Jarak dari gariskerja gaya dari 20 t dan 3 t berjumlah 30 cm. Tentukanlah tegangan normal σ , menurut rumus.

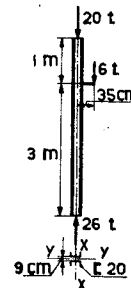
$$\sigma = \frac{P\omega_k}{F} + \frac{M}{W}.$$

Perhat : Tekuk sekeliling sumbu bebas bahan tidak mungkin terjadi ($I_y = 1,1 I_z$) $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_s}{\sigma_s} \cdot \bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$. $\bar{\sigma}_s$ dapat diuraikan dari diagram- (σ) $\bar{\sigma}_s$ — λ dari N 793. Untuk P kita ambil $P = 20 + 3 = 23 \text{ t}$. Panjang tekuk $L = 4,5 \text{ m}$. Untuk M kita ambil momen pembengkok gaya dari 3 t terhadap sebuah titik garissumbu kolom itu.

78. Tentukanlah untuk kolom di sebelah ini, lihat gambar 71, tegangan normal yang paling besar σ , menurut rumus.

$$\sigma = \frac{P\omega_k}{F} + \frac{M}{W}.$$

ω_k dapat kita ambil dari lembar-satuan N 793. Panjang tekuk adalah sama dengan panjang kolom. Dalam menentukan ω_k harus kita berhati-hati sekali dengan momen perlembaman yang paling kecil dan penampang normal. Untuk M kita ambil momen kita ambil momen gaya dari 6 t, terhadap satu titik di garis-sumbu kolom itu.



Gamb. 71

79. Sebuah kolom dari [C-20, tingginya 5,25 m dan dibebani menurut gambar 72. Hitunglah tegangan normal yang paling besar, dengan pertolongan N 793. Perhatikan petunjuk-petunjuk dari soal 77 dan 78.

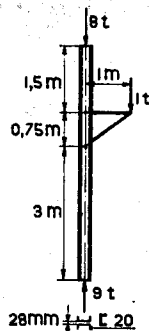
80. Sebuah batang pekerjaan bingkai AB yang mendatar harus dapat menahan gaya tekan P yang sentris dan selain itu dibebani dititik C diantara titikbuhul A dan B dengan gaya yang tegak Q . $P = 4 \text{ t}$, $Q = 3 \text{ t}$. $AC = 60 \text{ cm}$. $CB = 120 \text{ cm}$. $L = l$. Gambarkanlah untuk batang ini garis- M_x dan garis- N_x . Tentukanlah profil yang cocok, dari bentuk [C menurut :

$$\frac{P\omega_k}{F} + \frac{M}{W} \leq \bar{\sigma}_s.$$

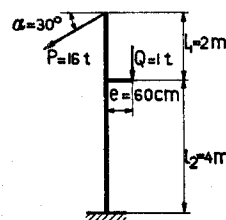
Tebal pelat buhul sama dengan 12 mm. $\bar{\sigma}_s = 1200 \text{ kg/cm}^2$, keterangan selanjutnya ambil dari N 793.

81a. Sama dengan soal 80, akan tetapi profilnya tersusun atas dua buah baja sudut yang mempunyai sisi yang sama (L)

81b. Sama dengan soal 80, akan tetapi profilnya tersusun atas dua buah baja sudut yang mempunyai sisi tidak sama, dengan kaki panjang yang tegak.



Gamb. 72



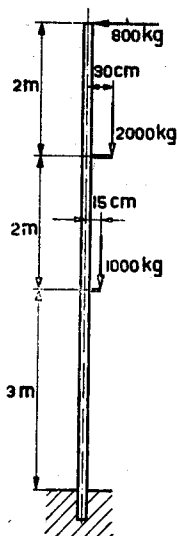
Gamb. 73

82. Gambarlah untuk tiang dari gambar 73, garis M_x garis- N_x dan garis- D_x . Hitunglah tiang pada lengkung dengan tekuk.

$\bar{\sigma}_d = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ω_k menurut N 793. Panjang tekuk sama dengan dua kali panjang batang ($L = 2l$).

83. Gambarlah untuk tiang dari gambar 73, garis- M_x garis- N_x dan garis- D_x .

Hitunglah tiang pada lengkung dengan tekuk, bila $P = 20 \text{ t}$, $Q = 5 \text{ t}$, $\alpha = 37^\circ$, $l_1 = 1.5 \text{ m}$, $l_2 = 5 \text{ m}$ dan $e = 95 \text{ cm}$ dan kolomnya tersusun atas dua buah profil-I (II) yang dikopel satu sama lain.



Gamb. 74

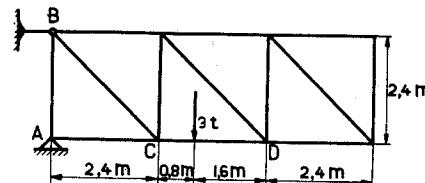
84. Gambarlah untuk tiang dari gambar 74, garis- M_x garis- N_x dan garis- P_x . Hitunglah itu pada tekuk dengan lengkung menurut N 793. ($\bar{\sigma}_d = 1200 \text{ kg/cm}^2$). Kolom itu di susun seperti cara yang lazim dilakukan dari dua buah profil I. Momen perlembaman I_x terhadap sumbu simetri yang bebas bahan adalah lebih besar atau sama dengan $1.1 I_x$ momen perlembaman terhadap sumbu bahan. Tekuk profil tunggal diumpamakan tidak ada (profil-profil I dikopel demikian rupa, sehingga panjang tekuk dari satu medan tidak melebihi

$30 i_{min}$; menurut petunjuk-petunjuk dari NC, perhitungan profil tunggal itu boleh ditinggalkan dulu). $L = 2l$. Bidang gaya berimpitan dengan bidang simetri bebas bahan batang itu.

85. Hitunglah kolom dari soal 84 pada tekuk dengan lengkung bila gaya mendatar dari 800 kg tidak bekerja didalam bidang

gambar akan tetapi tegaklurus diatasnya. Dalam hal yang semacam ini kita menghitung dengan petunjuk-petunjuk pada tekuk dengan lengkung berganda, lihat hlm. 111.

86. Tentukanlah gaya-gaya batang dari pekerjaan bingkai dari gambar 75. Hitunglah batang CD pada tekuk dengan lengkung menurut N 793 ($\bar{\sigma}_d = 1200 \text{ kg/cm}^2$).



Gamb. 75

$\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\sigma_k}$. Oleh karena $\bar{\sigma}_d$ ialah fungsi dari λ , maka ini juga berlaku untuk ω_k . Pada tiap λ kita dapat menentukan σ_k dengan N 793; ini juga berlaku untuk $\omega_k = \frac{\bar{\sigma}_d}{\sigma_k}$, kita hanya membagi $\bar{\sigma}_d$, yang termasuk pada nilai yang tertentu dari λ dengan σ_k . Kerjakanlah juga ini untuk beberapa nilai dari λ , dan ukuran hasil-hasil-nya di dalam diagram $\omega_k - \lambda$. Ambillah $\sigma_d = 1200 \text{ kg/cm}$.

Lengkung dengan puntiran.

§ 27. Momen pembengkok bayangan.

Di dalam tahun kedua-puluh dari Polytechnisch Weekblad terdapat enam buah artikel yang ditulis oleh prof. dr. ir. C B BIEZENO, maha guru pada Sekolah Teknik Tinggi di Delft tentang yang disebutkan *hypothesis patahan*. Pada *hypothesis patahan* ini kita selidiki, dengan keadaan beban tunggal yang manakah suatu keadaan beban yang tersusun dapat diperbandingkan. Untuk menghitung penampang pada lengkung (dan longsor) dengan puntiran, dipakai orang momen pembengkok bayangan; pada momen itu akan terjadi bahaya yang sama untuk penampang yang diumpamakan itu seperti dengan beban pada lengkung dengan puntiran. Tentang *hypothesis patahan* itu, tidak kita bicarakan selanjutnya, pembaca yang menaruh minat terhadap ini, lihatlah artikel-artikel tersebut di atas tadi. Kita hanya membicarakan (dalam pelajaran ini), kejadian beberapa perumpamaan untuk sumbu dengan penampang normal yang berbentuk lingkaran, di mana kita memakai pendapat-pendapat PONCELET, COULOMB-GUEST, HAIGH atau HUBER. Bila kita menamakan momen pembengkok di dalam suatu penampang yang tertentu, M_s dan momen puntiran M_w , maka kita dapat menghitung penampang itu pada lengkung dengan pertolongan momen pembengkok M_i bayangan Menurut PONCELET kita dapat menghitung M_i dengan rumus seperti berikut dari M_s dan M_w .

$$M_i = 0,35M_s + 0,65 \sqrt{M_s^2 + (a M_w)^2}.$$

Di dalam ini $a = \frac{\bar{\sigma}_s}{1,3 \bar{\tau}_w}$, biasanya dinamakan $a = 1$.

Menurut COULOMB-GUEST: $M_i = \sqrt{M_s^2 + (a_1 M_w)^2}$;

$a_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{2 \bar{\tau}_w}$. Juga a_1 kita ambil biasanya sama dengan 1.

HAIGH memberikan: $M_i = \sqrt{M_s^2 + 0,65 M_w^2}$.

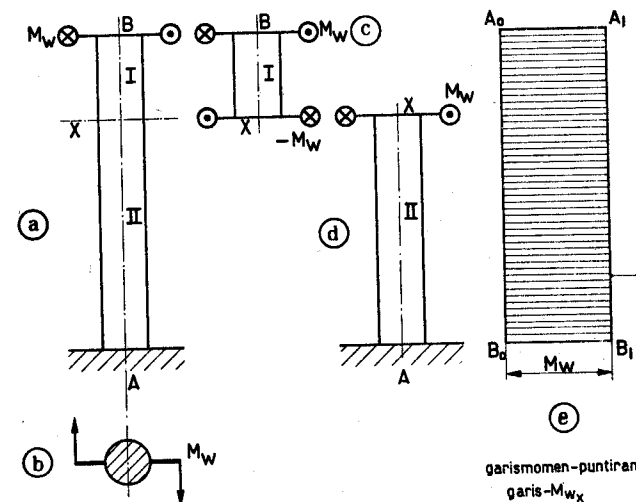
Akhirnya menurut HUBER:

$$M_i = \sqrt{M_s^2 + 0,75 M_w^2}.$$

Peringatan. Untuk bahan yang berlaku untuk rumus ini konstante Poisson m sama dengan $10/3$.

§ 28. Garismomen puntiran. Meneruskan bagian C kita bicarakan sebagai pendahuluan paragraf berikutnya, garismomen puntiran.

Dalam gambar 76a digambar sebuah batang silindris, yang diapit di A pada ujung bawah dan pada ujung atas di B, dibebani dengan kopel puntiran (diluar) dengan sebuah momen M_w . Didalam penampang normal yang sembarangan X, seperti dengan segera ternyata dari setimbang bagian BX (lihat gambar 76c), juga bekerja sebuah kopel M_w . Momen kopel ini dinamakan momen puntiran. Penampang X membagi batang itu di dalam dua bagian I dan II. Dengan momen puntiran itu kita sekarang dapat mengartikan, bahwa I berpengaruh atas II, atau II berpengaruh atas I.



Gamb. 76

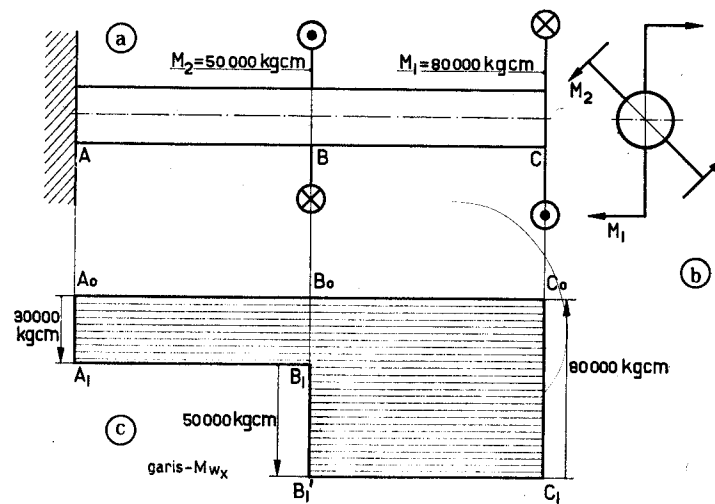
Kedua pengaruh itu hanya berbeda di dalam tanda. Untuk menjaga supaya jangan ada salah pengertian, kita selanjutnya akan mengartikan momen puntiran itu sebagai

momen, yang bagian I berpengaruh atas bagian II. Pada sebuah batang yang diberikan, kita ambil bagian I setiap kali pada sisi yang sama dari penampang normal. Apabila dalam semua penampang X normal dari AB kita menentukan momen puntiran, dan ini kita ukurkan tegak lurus pada garislol titik-titik garislol itu, yang ditambahkan pada penampang-penampang X, maka kita akan mendapat di dalam garispersambungan titikujung yang didapat, garismomen puntiran, lihat gambar 76e.

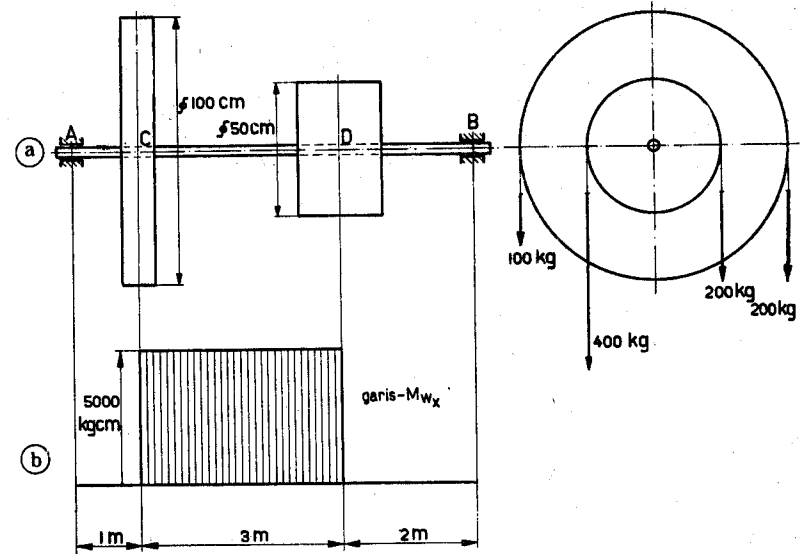
Soal 33. Gambarlah untuk batang dari gambar 77a garismomen puntiran.

Cara menghitung. Di dalam penampang-penampang normal antara B dan C momen puntiran di mana-mana sama besar dan sama dengan 80 000 kgcm.

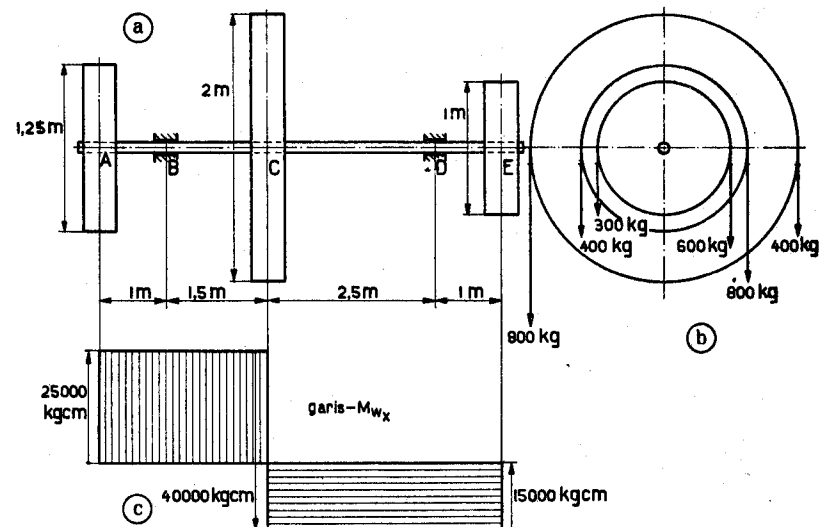
Antara A dan B momen kopel yang dihasilkan itu hanya 80 000 — 50 000 = 30 000 kgcm. Dengan nilai ini garis momen puntiran telah digambarkan, lihat gambar 77c.



Gamb. 77



Gamb. 78



Gamb. 79

Soal 34. Seperti soal 33, akan tetapi sekarang untuk gambar 78a.

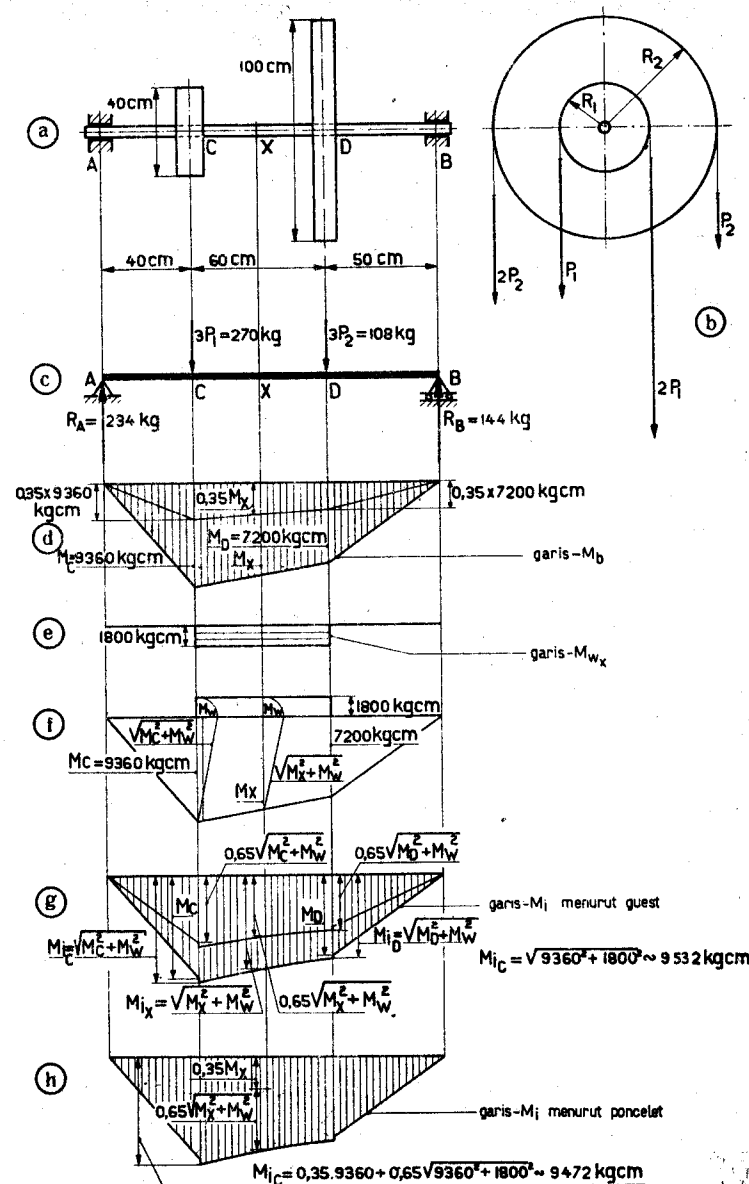
Cara menghitung. Apabila kita umpamakan, bahwa kopel puntiran bekerja di dalam penampang-penampang normal melalui C dan D, maka hanya bagian yang terletak antara C dan D saja yang dibebani pada puntiran Garismomen puntiran Garismomen puntiran itu jadi ditentukan dengan gambar 78b.

Soal 35 Seperti yang terdahulu dari ini, akan tetapi sekarang untuk gambar 79a. C menunjukkan sebuah roda penggerak sumbu penggerak. Momen puntiran yang dilakukan oleh ban penggerak di dalam C pada poros, ialah 40 000 kgcm. Cakera ban mesin A dan E memberikan kembali daya yang ditambahkan pada C kepada poros. Lihat gambar 79a. Momen puntiran pada A ialah 25 000 kgcm, pada E 15 000 kgcm.

Cara menghitung. Nyata sekali, bahwa momen puntiran di dalam penampang normal dari bagian AC sama dengan 25 000 kgcm dan di dalam penampang normal dari bagian CE, 15000 kgcm. Momen puntiran di dalam bagian CE mempunyai tanda yang lain daripada yang di dalam bagian AC. Di dalam garismomen puntiran terdapat pada C satu loncatan yang sama dengan momen pembengkok pada cakera pada ban mesin C, lihat selanjutnya gambar 79c.

§ 29. Garismomen bayangan. Soal-soal yang telah diselesaikan.

Bila sebuah sumbu dibebani dengan beban lengkung dengan puntiran, maka pada umumnya momen pembengkok yang paling besar bekerja tidak di dalam penampang yang sama seperti momen puntiran yang terbesar. Jadi tidak dapat ditunjukkan dengan segera penampang, di mana momen pembengkok bayangan yang paling besar terjadi.



Gamb. 80

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEP. P DAN
Jl. Walikota Mustajab 68
SURABAYA

Untuk memperoleh suatu gambaran tentang jalannya momen pembengkok bayangan itu (M_1), kita buat gambar grafik, yang dinamakan garismomen bayangan (M_1). Garismomen bayangan itu disusun menurut salah satu dari hypothesis patahan garismomen puntiran dan garismomen pembengkok. Oleh karena kopel pembengkok di dalam bermacam-macam penampang seringkali terletak tidak di dalam bidang yang sama, kita harus menggambarkan garismomen pembengkok itu menurut pelajaran I dari bagian ini. Kita akan menerangkan selanjutnya konstruksi garis- M_1 dari beberapa soal yang telah diselesaikan.

Soal 36 Sumbu dari gambar 80a dibebani dengan beban lengkung dengan puntiran. Ban-ban mesin, yang ditegangkan pada cakera-cakera, adalah tegak lurus. Gaya tegang di dalam bagian yang meregang dari ban mesin, dapat diambil sama dengan dua kali gaya tegang, di dalam bagian yang ditarik. Daya yang membawa cakera-ban yang besar kepada sumbu, dikembalikan lagi kepada cakera yang kecil. Momen puntiran M_w , yang oleh karena ini ditimbulkan di dalam sumbu, berjumlah 1800 kgcm. Hitunglah gaya tegang di dalam ban mesin. Tentukanlah reaksi blok bantalan. Gambarkanlah garismomen puntiran dan garismomen pembengkok. Gambarkanlah garismomen bayangan menurut PONCELET. $\alpha = 1$. Tentukanlah momen pembengkok bayangan yang besar. Hitunglah diameter sumbunya. $\bar{\sigma}_s = 600 \text{ kg/cm}^2$.

Cara menghitung. Gaya-gaya yang berada dalam bagian-bagian dari ban mesin dapat kita hitung seperti berikut,

$$2P_1R_1 - P_1R_1 = M_w = 2P_2R_2 - P_2R_2.$$

Jadi:

$P_1R_1 = 1800 \text{ kgcm}$, dengan $R_1 = 20 \text{ cm}$ kita mendapat $P_1 = 90 \text{ kg}$.
 $P_2R_2 = 1800 \text{ kgcm}$, dengan $R_2 = 50 \text{ cm}$ kita mendapat $P_2 = 36 \text{ kg}$.

Gaya yang bekerja di dalam titik-titik C dan D pada sumbu, sekarang dapat kita tentukan. Di dalam C bekerja suatu gaya tegak $3P_1 = 270 \text{ kg}$ di dalam D gaya tegak $3P_2 = 108 \text{ kg}$. Beban lengkung diberikan dalam gambar 80c. Supaya dapat menentukan bidang momen pembengkok, kita hitung dulu reaksi dalam A dan reaksi di B .

Bila kita pakai dalil momen terhadap B , maka dari R_A kita mendapat:

$$0 = R_A \cdot 150 - 270 \cdot 110 - 108 \cdot 50; R_A = 234 \text{ kg}.$$

Pemakaian dalil momen terhadap A membawa kita kepada:

$$0 = 270 \cdot 40 + 108 \cdot 100 - R_B \cdot 150 \text{ dan } R_B = 144 \text{ kg}.$$

Garismomen digambarkan dengan pertolongan nilai-nilai seperti berikut:

$$M_A = 0. M_C = 234 \cdot 40 = 9360 \text{ kgcm}. M_D = 144 \cdot 50 = 7200 \text{ kgcm}. M_B = 0.$$

Garismomen puntiran itu menyebabkan sedikit kesulitan-kesulitan, oleh karena momen puntiran di dalam penampang-penampang dari CD di mana mana tempat berjumlah 1800 kgcm; dan di dalam AC dan DB tidak ada momen-momen puntiran. Garis itu untuk medan CD menjadi sejajar dengan garis nol, lihat gambar 80c. Skala momen adalah sama dengan skala momen pada gambar 80c. Momen bengkok bayangan kita peroleh, menurut PONCELET, dari rumus.

$$M_i = 0,35M_s + 0,65 \sqrt{M_s^2 + M_w^2}.$$

Di dalam gambar 80f sekarang dikonstruir $\sqrt{M_s^2 + M_w^2}$ untuk beberapa penampang. Hasilnya diukurkan di dalam gambar 80g. Oleh karena di dalam medan AC dan DB tidak ada terdapat momen puntiran maka di dalam medan-medan ini grafik untuk $\sqrt{M_s^2 + M_w^2}$ sama dengan grafik untuk M_s . Dalam 80g digambarkan pula untuk $0,65 \sqrt{M_s^2 + M_w^2}$ dan dalam 80d garis untuk $0,35M_s$. Dari garis-garis ini dengan mudah kita menguraikan garismomen bayangan dari gambar

bar 30h. Dari gambar yang terakhir ini ternyata sekali bahwa momen pembengkok bayangan terjadi di dalam C. Pada perhitungan selanjutnya momen ini dapat terpakai.

$$M_{\text{e}} = 0,35.9360 + 0,65 \sqrt{9360^2 + 1800^2} \approx 0,35.9360 + 0,65.9532 \approx 9472 \text{ kgcm.}$$

Diameter sumbu kita peroleh dengan rumus pembengkok.

$$W = \frac{M_{\text{e}}}{\sigma_{\text{e}}} = \frac{9472}{600} \text{ cm}^3 \text{ dan}$$

$$W = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{9472}{600} \text{ atau: } d = \sqrt[3]{\frac{32.94,72}{\pi.6}} \approx 5.4 \text{ cm.}$$

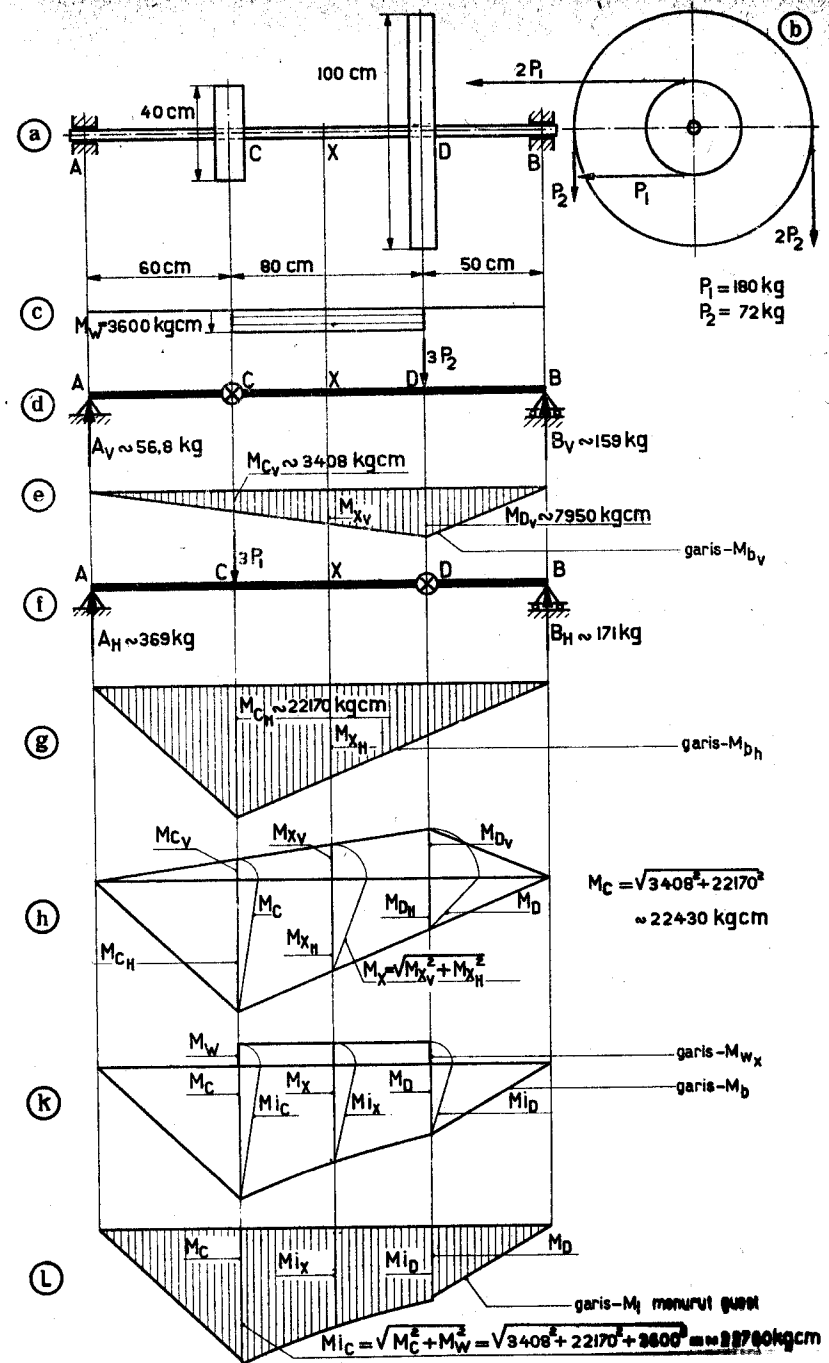
Soal 37. Hitunglah reaksi untuk sumbu dari gambar 81. Gambarkan garismomen bayangan menurut GUEST. $\alpha_1 = 1$. Tentukanlah diameter sumbu $\sigma_{\text{e}} = 500 \text{ kg/cm}^2$.

Cara menghitung. Sumbu itu dibebani dengan beban lengkung dengan puntiran. Dalam bagian CD hanya ada puntiran momen. M_{e} untuk semua penampang-penampang dari CD adalah sama besar dan sama dengan $M_{\text{e}} = 2.180.20 - 180.20 = 3600 \text{ kgcm}$. Garismomen puntiran itu sejajar dengan garismomen, lihat gambar 81c. Lengkung terjadi di dalam bidang yang tegak dan di dalam bidang yang mendatar melalui sumbu. Lihatlah gambar 81d dan 81f. Reaksi di dalam gambar itu dengan mudah dapat kita hitung.

$$A_V = \frac{3.72.50}{190} \approx 56,8 \text{ kg. } B_V = \frac{3.72.140}{190} \approx 159,2 \text{ kg.}$$

$$A_H = \frac{3.180.130}{190} \approx 369 \text{ kg. } B_H = \frac{180.603}{190} \approx 171 \text{ kg.}$$

Bidang-bidang momen adalah sederhana sekali. Untuk bidang momen dari gambar 81e, kita hanya harus mengetahui $M_{D_V} \approx A_V.140 \approx 7950 \text{ kgcm}$. Gambar 81g digambarkan menurut $M_{C_H} = A_H.60 \approx 22170 \text{ kgcm}$. Dari kedua garismomen tersebut kita mengkonstruir garis momen yang dihasilkan, lihat gambar 81h. Dengan menyusun momen-momen pem-



Gamb. 81

bengkok yang dihasilkan dengan momen-momen puntiran yang termasuk pada itu menurut rumus $M_t = \sqrt{M_s^2 + M_w^2}$ kita dapat sampai kepada bidang momen bayangan. Untuk itu lihat gambar 81f. Dari garismomen bayangan ini dengan segera ternyata, bahwa momen ideal yang terbesar di dalam C:

$$M_{t_c} = \sqrt{3408^2 + 22170^2 + 3600^2} \approx 22760 \text{ kgcm.}$$

Dengan $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{22760}{500}$ kita mendapat:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{22760}{500}} \approx 7,7 \text{ cm.}$$

Soal 38. Gambarkanlah garismomen pembengkok bayangan menurut HAIGH untuk sumbu dari gambar 82. Sumbu itu harus memindahkan pada perputaran 180 dalam satu menit, daya dari 15 tk. Hitunglah juga diameter sumbu itu $a = 50 \text{ cm}$, $b = 60 \text{ cm}$, $c = 40 \text{ cm}$, $R_1 = 15 \text{ cm}$, $R_2 = 40 \text{ cm}$, $\sigma_s = 500 \text{ kg/cm}^2$. Kita mulai dengan menghitung gaya keliling pada roda gigi dan gaya di dalam bagian-bagian ban mesin. Gaya yang pertama kita namakan P_1 ; kedua gaya yang terakhir kita ambil berturut-turut sama dengan P_1 dan $2P_2$. Bila P_1 menyilang garissumbu sumbu pada jarak R_1 , maka momen puntiran, yang terjadi, disebabkan oleh P_1 di dalam sumbu, sama dengan $P_1 R_1$. Dengan

$$M_w = 71620 \frac{N}{\pi} \text{ kita mendapat } P_1 R_1 = 71620 \frac{N}{\pi}$$

atau:

$$P_1 = 71620 \frac{N}{\pi} \cdot \frac{1}{R_1}. \text{ Bila disini kita ganti } N = 15 \text{ tk, } \pi = 180$$

perputaran dalam satu menit $R_1 = 15 \text{ cm}$, maka kita mendapat

$$P_1 = 71620 \frac{15}{180 \cdot 15} \approx 398 \text{ kg.}$$

Seterusnya:

$$P_2 R_2 = P_1 R_1 \text{ jadi } P_2 = \frac{R_1}{R_2} P_1 \approx \frac{15}{40} \cdot 398 \approx 149 \text{ kg.}$$

Gaya-gaya yang dihitung itu membebani sumbu pada puntiran dan beban berganda. Beban pada puntiran adalah sederhana sekali. Di dalam penampang-penampang normal dari sumbu antara C dan D, terdapat momen puntiran.

$$M_w = P_1 R_1 = P_2 R_2 \approx 5968 \text{ kgcm.}$$

Bidang momen puntiran digambarkan di dalam gambar 82c.

Beban pada lengkung berganda dapat kita jabarkan pada lengkung dalam bidang yang mendatar dan lengkung di dalam bidang yang tegak. Untuk itu kita uraikan resultante R dari gaya-gaya P_1 dan $2P_2$ dalam D_V dan D_H , lihat gambar 82b.

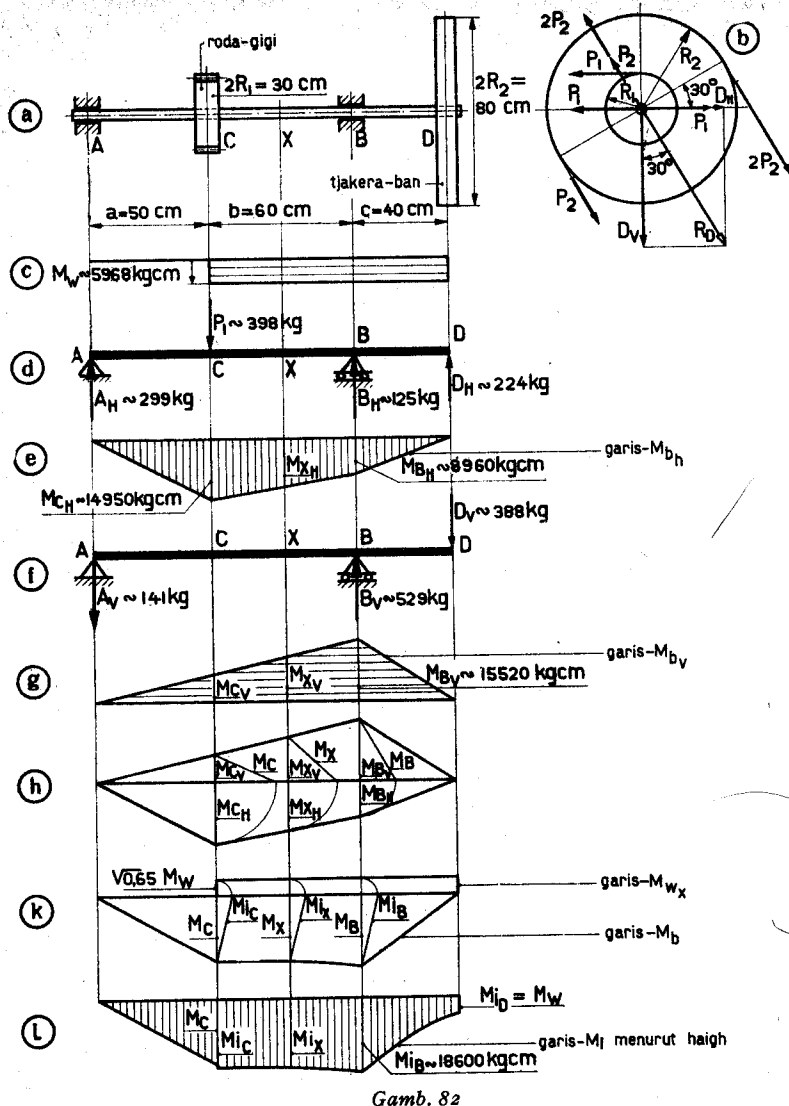
$$D_H = \frac{1}{2} R_D = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 149 \approx 224 \text{ kg.}$$

$$D_V = \frac{1}{2} R_D \sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 149 \sqrt{3} \approx 388 \text{ kg.}$$

Selanjutnya kita pindahkan gaya P_1 kebidang yang mendatar melalui sumbu. Di dalam bidang yang mendatar melalui sumbu itu kita mendapat beban lengkung menurut gambar 82d di dalam bidang yang tegak itu beban itu ditentukan oleh gambar 82f. Komponen reaksi kita hitung seperti yang biasa kita lakukan:

$$A_H = \frac{P_1 b + D_H c}{a + b} \quad B_H = \frac{P_1 a - D_H (a + b + c)}{a + b}$$

$$A_V = \frac{D_V c}{a + b} \quad B_V = \frac{D_V (a + b + c)}{a + b}$$



Gamb. 82

Bila di sini kita ganti nilai-nilai yang diberikan dan telah dihitung itu, maka kita mendapat:

$$A_H \sim \frac{398.60 + 224.40}{50 + 60} \sim 299 \text{ kg.}$$

$$B_H = \frac{398.50 - 224(50 + 60 + 40)}{50 + 60} \sim -125 \text{ kg.}$$

Tanda kurang itu menunjukkan, bahwa B_H di dalam gambar 82d diambil ke atas, diarahkan ke bawah:

$$A_V \sim \frac{388.40}{50 + 60} \sim 141 \text{ kg.}$$

$$B_V \sim \frac{388(50 + 60 + 40)}{50 + 60} \sim 529 \text{ kg.}$$

Bidang momen yang termasuk keadaan beban dari gambar 82d, digambarkan di dalam gambar 82e. Untuk ini dipakai momen-momen seperti berikut:

$$M_{AH} = 0. M_{CH} = A_H \cdot a = 299.50 = 14950 \text{ kgcm.}$$

$$M_{BH} = -(-D_{HC}) = 224.40 \sim 8960 \text{ kgcm. } M_{DH} = 0.$$

Pada keadaan beban dari gambar 82f termasuk:

$$M_{AV} = 0. M_{BV} = -D_{VC} = -388.40 \sim 15520 \text{ kgcm.}$$

= 0 Dengan nilai-nilai ini, garismomen dari gambar 82g telah digambarkan. Gambar 82k menunjukkan bidang momen pembengkok yang dihasilkan. Ini dijabarkan dengan konstruksi dari gambar 82e dan 82g. Lihat gambar 82h.

Sekarang dapat kita gambar garismomen pembengkok bayangan menurut HAIGH. Menurut HAIGH:

$$M_i = \sqrt{M_s^2 + 0,65 M_w^2}.$$

Sekarang garis- M_i dengan mudah dapat diuraikan dari gambar-gambar 82c dan 82k dan dilukiskan dalam gambar 82l.

Momen pembengkok bayangan yang terbesar dan yang bekerja di B, ialah:

$$M_{iB} = 1000 \cdot \sqrt{8,96^2 + 15,52^2 + 0,65 \cdot 5,968^2} \sim 18600 \text{ kgcm.}$$

Perhitungan diameter sumbu selanjutnya tidak sukar:

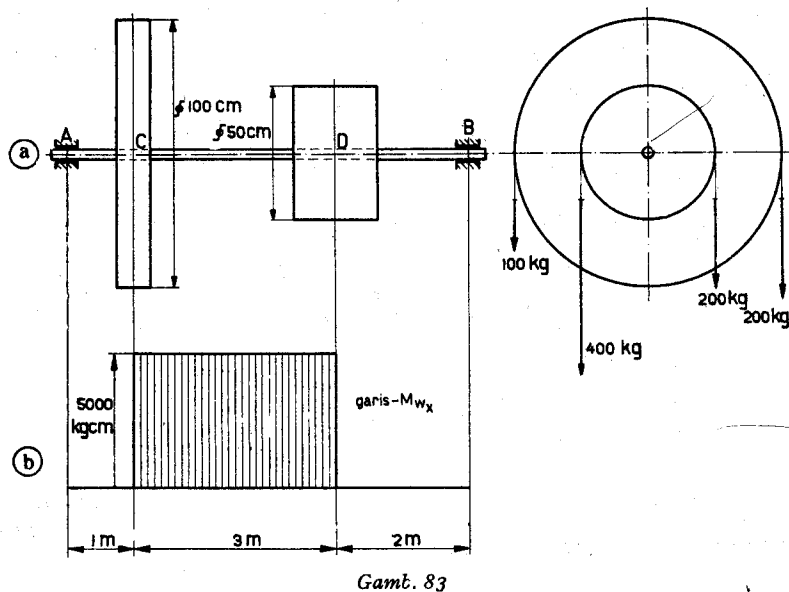
$$\frac{\pi}{32} d^3 \sim 0,1 d^3 = \frac{18600}{500} \sim 37 \text{ cm}^3.$$

$$d = \sqrt[3]{370} \sim 7,18 \text{ cm.}$$

30 Soal Soal

88. Gambarlah untuk sumbu gambar 83 garismomen bayangan, menurut GUEST. Tentukanlah M_{maks} . Hitunglah diameter sumbu $d.\bar{\sigma}_b = 500 \text{ kg/cm}^2$.

89. Gambarlah untuk sumbu dari gambar 83 garismomen menurut GUEST, jika ban mesin, yang dilingkarkan sekeliling cakera, adalah mendatar. Tentukanlah M_{maks} . Hitunglah $d.\bar{\sigma}_b = 500 \text{ kg/cm}^2$.



Gamb. 83

90. Gambarlah untuk sumbu dari gambar 83 garismomen bayangan, menurut GUEST, bila ban mesin melingkar pada setengah cakera dengan sudut dari 30° dengan bidang mendatar. Tentukanlah M_{maks} . Tentukanlah $d.\bar{\sigma}_b = 500 \text{ kg/cm}^2$.

91. Gambarlah untuk sumbu dari gambar 84 garismomen bayangan:

a. menurut GUEST;

c. menurut HUBER;

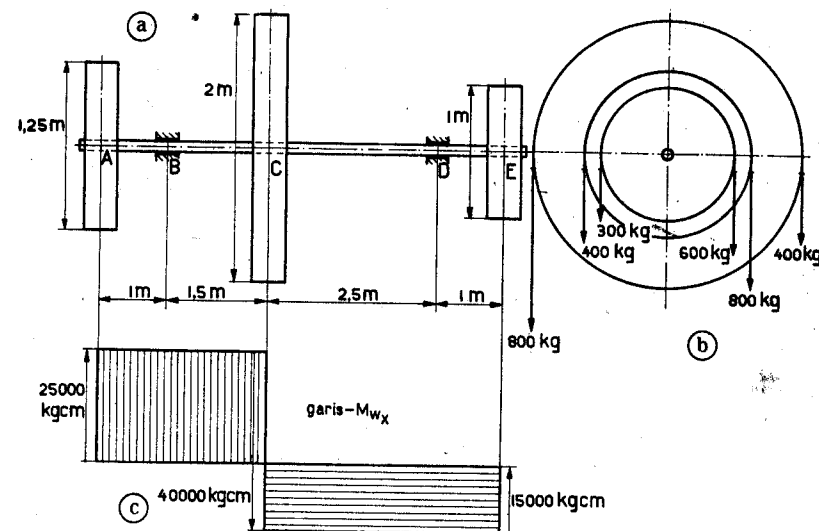
b. menurut PONCELET;

d. menurut HAIGH.

Tentukanlah M_{maks} . Hitunglah $d.\bar{\sigma}_b = 450 \text{ kg/cm}^2$.

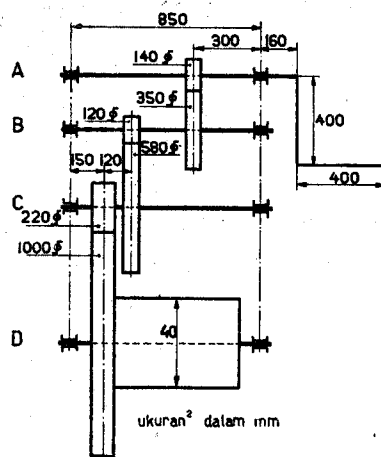
92. Gambarlah untuk sumbu dari gambar 84 garismomen bayangan menurut GUEST, bila ban mesin membuat sudut dari 30° di sekitar cakera yang besar dengan bidang yang melintang. Tentukanlah M_{maks} . Hitunglah $d.\bar{\sigma}_b = 450 \text{ kg/cm}^2$.

93. Gambarlah untuk sumbu dari gambar 84 garismomen bayangan menurut GUEST bila ban mesin menonjol kemuka melalui cakera yang besar dan dengan bidang



Gamb. 84

melintang membuat sudut dari 45° , sedangkan ban mesin itu menonjol ke belakang melalui cakera yang kecil dan dengan bidang mendatar membuat sudut dari 60° . Tentukanlah M_{maks} . Hitunglah $d.\bar{\sigma}_b = 450 \text{ kg/cm}^2$.

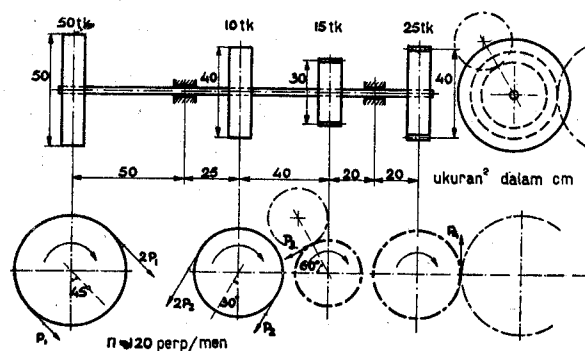


Gamb. 85

94. Gambarlah untuk tiap-tiap sumbu Iir A, B dan C dari gambar 85 garis-momen bayangan menurut GUEST. Di tengah batang ungkitan bekerja suatu gaya keliling dari 50 kg. Gesekan dianggap tidak ada. Hitunglah diameternya. $\sigma_b = 480 \text{ kg/cm}^2$.

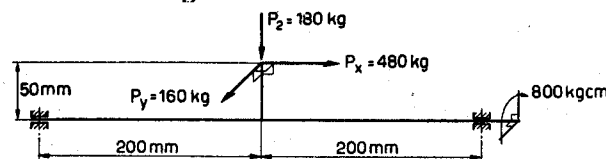
95. Gambarkanlah garis-momen bayangan untuk sumbu dari gambar 86.

- menurut GUEST;
- menurut PONCELET;
- menurut HUBER;
- menurut HAIGH.



Gamb. 86

96. Sebuah sumbu berulir diletakkan di A dan di B dan dijalankan oleh sebuah ulir, lihat gambar 87. Hitunglah tegangan sempurna menurut GUEST, bila diameter sumbu berulir itu sama dengan 60 mm.



Gamb. 87

PELAJARAN VIII.

Tegangan-tegangan bagian-bagian konstruksi yang bergerak.

§ 31. Dasar d'Alembert.

Kita dapat membayangkan sebuah badan yang terjadi dari sejumlah besar titik-titik zat dengan tidak terbatas. Masa-masa titik-titik ini kita namakan berturut-turut m_1, m_2, m_3 dsb. Percepatan-percepatan titik-titik itu kita nyatakan berturut-turut a_1, a_2, a_3 dsb. Percepatan-percepatan ini disebabkan oleh gaya luar, yang bekerja pada badan itu. Sebab itu dapat juga datang dari gaya-gaya kecil $m_1 a_1, m_2 a_2, m_3 a_3, \dots$ yang menangkap berturut-turut pada titik-titik yang disebabkan tadi. Jika di dalam jalan berpikir kita ini, kita masukkan gaya-gaya kecil dari dalam bayangan, yang berturut-turut sama dengan $-m_1 a_1, -m_2 a_2, -m_3 a_3$ dsb. maka dengan mudah dapat kita lihat, bahwa gaya-gaya itu seimbang dengan gaya-gaya kecil yang pertama disebut tadi. Oleh karena gaya-gaya kecil tadi dapat menggantikan gaya luar, yang bersangkutan dengan keadaan gerak, dapat kita mengatakan bahwa gaya luar itu dipegang seimbang oleh gaya-gaya kecil $-m_1 a_1, -m_2 a_2, -m_3 a_3$ dsb.

Gaya-gaya kecil $-m_1 a_1, -m_2 a_2, -m_3 a_3$ dsb. kita namakan gaya d'Alembert, gaya-gaya masa atau *gaya-gaya perlembaman*. Pemakaian gaya perlembaman dapat mengembalikan soal gerak kepada soal seimbang (dasar d'Alembert). Oleh karena soal seimbang itu seringkali lebih mudah diuraikan dari pada soal gerak, maka dasar d'Alembert itu banyak sekali dipakai.

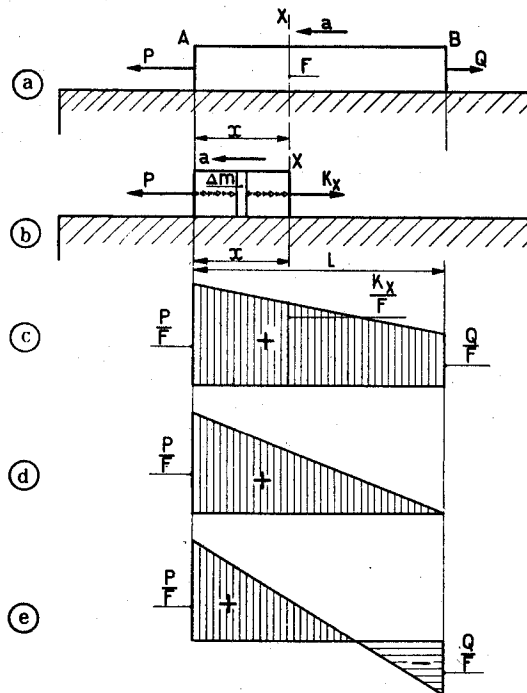
§ 32. Tegangan-tegangan didalam sebuah batang yang prismatis dan serba sama, yang diarah panjangnya mempunyai translasi beraturan dipercepat, melalui sebuah bidang mendatar yang sama sekali licin.

Dalam gambar 88 digambarkan sebuah batang, yang dibebani menurut sumbunya oleh dua gaya P dan Q yang berlawanan. Bila $P > Q$, maka gaya $P - Q$ memberikan

kepada batang itu suatu gerak beraturan dipercepat yang lurus. Bila kita namakan masa batang itu M , maka percepatan gerak itu ialah: $a = \frac{P - Q}{M}$.

Semua titik-titik badan itu mempunyai percepatan yang sama, gaya perlembaman kecil-kecil itu berturut-turut ialah $m_1 a$; $m_2 a$; $m_3 a$, dsb.

Oleh karena gerak itu terjadi dari kanan ke kiri, maka gaya perlembaman yang kecil itu mengarah dari kiri ke kanan. Sekarang ada keadaan seimbang yang dibayangkan antara P dan Q disatu pihak dan gaya-gaya perlembaman dilain pihak. Keadaan seimbang yang dibayangkan itu ada juga



Gamb. 88

untuk segala gaya (termasuk juga gaya masa), yang bekerja pada sebagian batang itu. Kita dapat memakainya untuk menentukan tegangan di dalam penampang normal X . Bila kita perhatikan bagian badan itu, yang terletak sebelah kiri penampang normal itu, maka ternyata dari syarat-syarat seimbang untuk bagian itu, bahwa gaya normal K_x di dalam X sama dengan P - jumlah gaya masa untuk bagian AX . Jika kita nyatakan jumlah ini secara simbolis oleh $\sum_0^x m a$, maka:

$$K_x = P - \sum_0^x m a.$$

Jika gaya ini membagikan diri sama rata pada seluruh penampang normal, dan luas penampang normal sama dengan F , maka gaya itu berhubungan dengan tegangan σ_x .

$$\sigma_x = \frac{K_x}{F} = \frac{P - \sum_0^x m a}{F}.$$

Rumus ini masih dapat kita jabarkan lagi seperti berikut. Oleh karena semua titik-titik itu mempunyai percepatan yang sama, maka:

$$\sum_0^x m a = a \sum_0^x m = a \text{ masa bagian } AX. \text{ Masa bagian } AX \text{ itu}$$

adalah sama dengan $\frac{x}{l} M$. Dengan $M = \frac{P - Q}{a}$ kita men-

dapat:

$$\sigma_x = \frac{P - a \frac{x}{l} \cdot \frac{P - Q}{a}}{F} = \frac{P(l - x) + Qx}{Fl}.$$

Tegangan ini adalah fungsi panjang dari x dan berlaku jika $0 < x < l$.

$$\text{Untuk } x = 0, \text{ maka } \sigma_x = \frac{P}{F}; \text{ untuk } x = l \text{ } \sigma_x = \frac{Q}{F}.$$

Sekarang dengan mudah kita membuat gambaran grafis dari jalannya tegangan. Lihat gambar 88c.

Peringatan. Dalam gambar 88d digambarkan pula grafik untuk σ_x untuk $Q = 0$, di dalam gambar 88e untuk keadaan dimana Q mempunyai faedah yang sama seperti P .

Soal 39. Sebuah batang dari baja, panjangnya 10 m dijalankan dengan percepatan dari 6 m/det², oleh sebuah gaya aksial, yang menangkap disalah satu dari ujung-ujung. Hitunglah tegangan tarik terbesar yang terjadi. Berat jenis batang itu sama dengan 7,8 kg/dm³. $g = 10$ m/det².

Cara menghitung. Dari batang itu, bila luas penampang batang itu F dm², sama dengan:

$$G = 100 \cdot F \cdot 7,8 \text{ kg.}$$

$$M = \frac{100 \cdot F \cdot 7,8}{10} = 78 F \frac{\text{kg det}^2}{\text{m}} \text{ (masal).}$$

Gaya P , yang menyebabkan gerak itu ialah:

$$P = Ma = 78 F \cdot 6 = 468F \text{ kg.}$$

Tegangan normal yang terbesar terjadi pada ujung, dimana P menangkap dan sama dengan:

$$\sigma = \frac{468 F}{F} = 468 \text{ kg/dm}^2 = 4,68 \text{ kg/cm}^2.$$

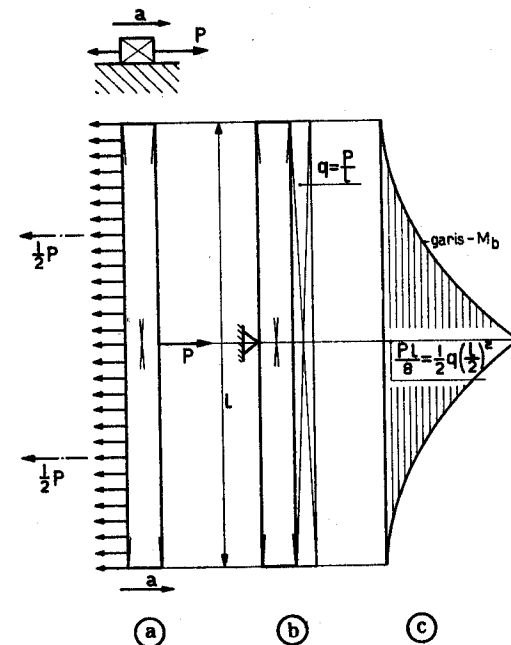
§ 33 Tegangan-tegangan didalam sebuah batang yang prismatis dan serba sama, yang mempunyai translasi melalui bidang pipih yang mendatar dan seluruhnya licin, disebabkan oleh suatu gaya P , yang memotong sumbu batang itu tegaklurus.

Dengan pemakaian gaya perlembaman ini, maka soal ini dijabarkan orang sampai pada soal seimbang yang relatif. Gaya-gaya perlembaman yang kecil itu bekerja di dalam bermacam-macam titik-titik batang itu; dia mempunyai arah yang sama dengan P dan mempunyai arah yang berlawanan dengan P . Bila masa bagian elementer (titik zat) sama dengan m , maka ukuran besar gaya perlembaman pada bagian itu sama dengan ma , bila a menunjukkan besarnya percepatan, yang diberikan P kepada batang. Pada

bagian-bagian yang sama dan sebangun batang itu, bekerja dua gaya-gaya kecil yang sama, oleh karena $\Sigma ma = a \Sigma m$ untuk tiap-tiap bagian itu mempunyai nilai yang sama. Jadi keadaan seimbang yang relatif itu jadi: batang itu ditunjang disatu titik (titik penangkap dari P) dan dibebani sama rata pada seluruh panjangnya (disebabkan oleh gaya-gaya kecil tadi); lihat gambar 89a dan 89b. Beban q yang

terbagi sama rata itu sama dengan $\frac{P}{l}$. Dari keadaan beban

yang diberikan itu, ternyata bahwa tegangan-tegangan



Gamb. 89

normal yang terbesar terjadi di dalam penampang normal batang itu di tengah-tengah sekali. Di sana berada momen pembengkok yang terbesar dan sama dengan $\frac{1}{2} q \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} q l^2 = \frac{1}{2} P l$. Di situ tegangan normal yang termasuk sama dengan

$$\sigma = \frac{Pl}{8W}$$

bila W menunjukkan momen tahanan yang dipakai.

Soal 40. Sesudah balok, dengan profil I-16, panjangnya 5 m, digerakkan tegaklurus ke atas dalam sikap mendatar oleh sebuah gaya yang menangkap di tengah-tengah pendukung, dengan percepatan dari 2,5 m/det². Hitunglah tegangan normal yang terbesar, yang disebabkan oleh bobot sendiri dan oleh gaya, yang menggerakkan percepatan itu:

- bila benda itu diletakkan tegaklurus.
- bila benda itu berdiri mendatar.

$$g = 10 \text{ m/sec}^2$$

Cara menghitung. Beban yang terbagi sama rata itu disebabkan oleh bobot sendiri dan oleh gaya perlembaman. Menurut daftar profil, beban oleh bobot sendiri ialah 17,9 kg/m. Beban dalam satuan panjang q_1 , disebabkan oleh gaya perlembaman yang kecil itu, ialah:

$$q_1 = \frac{Q}{l} = \frac{\frac{G}{g} - a}{l} = \frac{Ga}{lg} = 17,9 \cdot \frac{2,5}{10} = 4,48 \text{ kg/m.}$$

Jadi jumlah beban yang terbagi sama rata dalam kesatuan panjang q adalah sama dengan:

$$q = 17,9 + 4,48 = 22,38 \text{ kg/m.}$$

Keadaan beban sesuai dengan keadaan beban dari gambar 89. Bila benda itu diletakan tegaklurus, maka momen tahanan yang dipakai sama dengan 117 cm³. Jadi kita mendapat:

$$\sigma = \frac{M_b}{W} = \frac{ql^2}{8W} = \frac{22,38 \cdot 5^2 \cdot 100}{8 \cdot 117} \sim 60 \text{ kg/cm}^2$$

Pada sikap balok yang kedua tersebut, W adalah sama dengan 14,8 cm. Pada ini termasuk tegangan:

$$\sigma = \frac{22,38 \cdot 5^2 \cdot 100}{8 \cdot 14,8} \sim 473 \text{ kg/cm}^2$$

Soal 41. Sebuah balok yang serba sama, panjangnya 10 m, pada ujung-ujung ditunjang, dengan penampang segipanjang ($b = 10 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$, h tegak), pada tengah-tengahnya dibebani dengan 2000 kg. Titik-penunjang jadi juga balok itu, dengan berangsur-angsur dalam 4 det mendapat, percepatan dari 8 m/det. Bobot sendiri balok itu, sekali-kali tidak boleh disia-siakan. Berat jenisnya adalah 8 kg/dm³.

Ditanyakan tegangan bahan yang terbesar di dalam balok itu pada percepatan yang diberikan, bila gerak terjadi di dalam sikap mendatar dalam sebuah bidang yang tegaklurus. Semua angka-angka harus disebutkan.

Cara menghitung. Pada balok itu bekerja gaya seperti berikut:

- pada kedua ujung-ujung reaksi R , yang sama besarnya;
- gaya yang tegak $P = 2000 \text{ kg}$ di tengah-tengahnya dan terbagi sama rata pada panjangnya, bobot sendiri

$$G = \frac{10 \cdot 20 \cdot 1000 \cdot 8}{1000} = 1600 \text{ kg.}$$

- juga yang terbagi sama rata, ialah gaya perlembaman yang termasuk pada bobot sendiri

$$= \frac{1}{l} \cdot \frac{G}{g} - a = \frac{1}{10} \cdot \frac{1600}{10} - \frac{8}{4} = 32 \text{ kg/m.}$$

- di tengah-tengah gaya masa, termasuk pada beban

$$P \text{ dan sama dengan } \frac{2000}{10} \cdot \frac{8}{4} = 400 \text{ kg.}$$

Momen pembengkok yang terbesar yang disebabkan oleh beban yang terbagi sama rata itu, terjadi di tengah-tengah dan sama dengan:

$$\frac{1}{8}ql^2 = \frac{1}{8}(160 + 32) \cdot 10^2 = 2400 \text{ kgm.}$$

Momen pembengkok yang paling besar, yang disebabkan oleh P dan pengerjaan perlembaman P ialah $\frac{1}{8}(2000 + 400) \cdot 10 = 6000 \text{ kgm}$ dan terjadi juga di tengah-tengah. Jadi momen pembengkok yang terbesar ialah:

$$2400 + 6000 = 8400 \text{ kgm.}$$

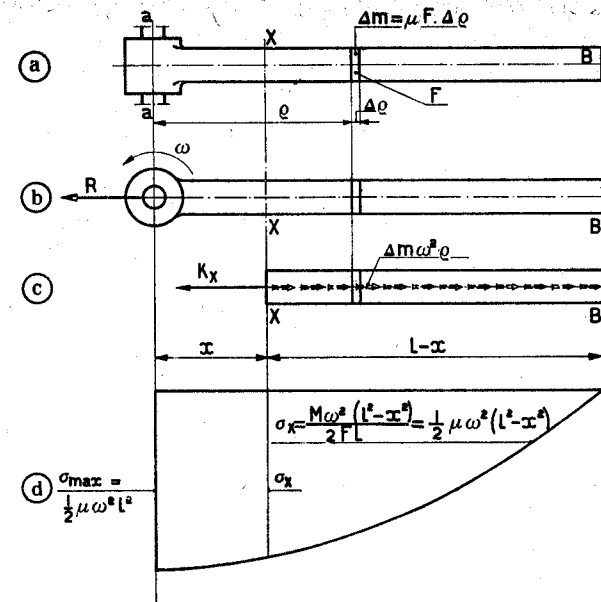
Dengan rumus pembengkok sekarang kita mendapat untuk tegangan normal yang paling besar:

$$\sigma = \frac{840000}{\frac{1}{8} 10 \cdot 20^2} = 1260 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 34. Tegangan-tegangan di dalam sebuah batang yang prismatis dan serba sama yang tipis, pada putaran beraturan disekeliling sumbu tetap aa , yang memotong sumbu batang itu tegak lurus.

Bila sebuah batang yang lurus berputar pada sebuah sumbu aa , yang memotong sumbu batang itu tegak lurus dan berjalan melalui salah satu dari ujung-ujung batang itu, maka titik-titik zat, dari mana batang itu terdiri, menjalani busur-busur lingkaran. Titik-tengah busur-busur lingkaran itu terletak pada aa . Titik zat ditahan di dalam lintasan yang berbentuk lingkaran, oleh apa yang dinamakan gaya pusaran dan dapat kita umpamakan sebagai hasil semua gaya-gaya kecil, yang didalami oleh titik itu dari semua titik-titik yang lain di batang itu.

Bila putaran itu terjadi dengan percepatan-sudut ω dan masa titik, yang diumpamakan itu m , maka gaya pusaran (elementer), jika jarak sampai kepada sumbu aa berjumlah e , menurut teori ilmu mekanik adalah sama dengan



Gamb. 90

$m\omega^2 e$. Sekarang kita perhatikan satu bagian elementer antara dua penampang normal, yang mempunyai jarak Δe . Bila batang itu tipis dan kita mengambil Δe itu cukup kecilnya, maka semua titik-titik zat dari bagian ini, jika di-dekati, mempunyai jarak e yang sama sampai aa . Jadi kita dapat menyebut jarak e bagian elementer sampai aa . Bila kita menamakan masa bagian ini Δm , maka gaya pusaran untuk bagian elementer yang di titik itu sama dengan $\Delta m \cdot \omega^2 e$.

Semua bagian-bagian elementer mengalami gaya yang serupa, resultante $\Sigma \Delta m \cdot \omega^2 e$ adalah gaya pusaran pada seluruh batang. Gaya itu dihasilkan oleh sumbu perputaran. Untuk mendapat keadaan seimbang yang bersangkutan, kita sekali lagi memakai gaya perlembaman. Ia berbeda dengan gaya pusaran hanya dalam tanda, oleh karena itu ia dinamakan gaya sentrifugal. Hasil gaya pusaran atau gaya pusingan pusat membuat keadaan seimbang dengan reaksi dan sumbu. Yang sebelum ini, berlaku juga untuk

bagian batang dan dapat dipakai untuk menghitung tegangan normal di dalam penampang X normal yang sembarang. Pada perhitungan tegangan normal ini, pengaruh bobot sendiri tidak kita pakai. Itu dapat kita tiadakan saja. Kita dapat mengumpamakan, bahwa gerak batang itu terjadi pada bidang pipih yang mendatar dan licin sama sekali. Untuk menentukan tegangan di dalam penampang normal X , lihat gambar 90, kita perhatikan keadaan setimbang bagian XB . Gaya K_x , yang mengerjakan bagian kiri pada bagian XB , lihat gambar 90c, harus membuat keadaan setimbang dengan gaya pusingan pusat yang kecil dari bagian XB , jadi

$$K_x = \sum_x \Delta m \omega^2 \rho.$$

Oleh karena ω konstan, maka dari perhitungan itu kita per dapat:

$$K_x = \omega^2 \sum_x \Delta m \rho.$$

Bila kita namakan percepatan gaya berat itu g , maka boleh kita tulis untuk itu:

$$K_x = \omega^2 \sum_x \Delta m \rho = \frac{\omega^2}{g} \sum_x \Delta p \rho.$$

di mana Δp adalah bobot suatu bagian elementer dari batang itu, yang terletak pada jarak ρ dari sumbu putaran. Ternyata bahwa $\sum_x \Delta p \rho$ ialah momen statis dari bobot bagian batang XB terhadap aa . Untuk batang prismatis dan serba sama, bila bobot seluruh batang itu sama dengan G , maka bobot bagian batang XB sama dengan:

$$\frac{l-x}{l} G.$$

Momen bobot bagian XB sama dengan:

$$\frac{l-x}{l} G \left(\frac{l-x}{2} + x \right) = \frac{l^2 - x^2}{2l} G \text{ dan}$$

$$K_x = \frac{\omega^2 (l^2 - x^2) G}{2gl} = \frac{M \omega^2}{2l} (l^2 - x^2).$$

Bila luas penampang normal X sama dengan F , maka tegangan normal yang termasuk padanya adalah sama dengan:

$$\sigma_x = \frac{M \omega^2 (l^2 - x^2)}{2Fl}.$$

Rumus ini masih dapat dijabarkan. Fl ialah sama

M

dengan isi seluruh batang, — jadi adalah masa satuan isi, Fl

apa yang dinamakan masa spesifik. Bila ia kita umpamakan dengan μ maka kita mendapat:

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \mu \omega^2 (l^2 - x^2).$$

σ_x ialah fungsi x dan dapat diperlihatkan secara garfis, lihat gambar 90d. Tegangan normal yang terbesar terjadi di dalam penampang untuk mana $x = 0$ dan berjumlah

$$\sigma_{maks} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 l^2.$$

Soal 42. Sebuah batang yang harus berputar pada sebuah sumbu aa melalui salah satu ujung: aa memotong sumbu batang itu tegaklurus. Hitunglah tegangan tarik terbesar yang terjadi $\omega = 60$ rad/det. Berat jenis $\gamma = 7,8$ kg/dm³. Panjang baang ialah 1,5 m. $g = 10$ m/det².

Cara menghitung. Masa yang sejenis μ kita peroleh dengan membagi berat jenis γ dengan g .

$$\mu = \frac{\gamma}{g} = \frac{7,8 \text{ kg/dm}^3}{10 \text{ m/det}^2} = \frac{7,8 \text{ kg/dm}^3}{100 \text{ dm/det}^2} = 0,078 \frac{\text{kg/det}^2}{\text{dm}^4}.$$

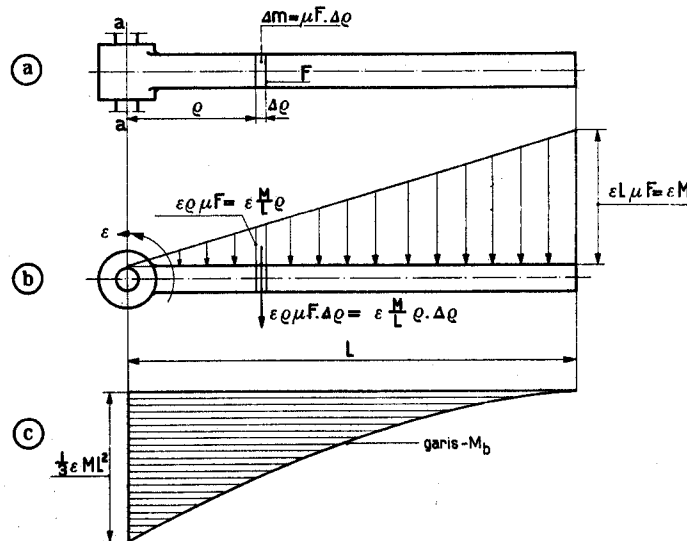
Dengan $\sigma_{maks} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 l^2$ kita mendapat, bila kita berusaha, menyatakan l dalam dm,

$$\sigma_{maks} = \frac{1}{2} \cdot 0,078 \cdot 60^2 \cdot 15^2 \text{ kg/dm}^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,078 \cdot 60^2 \cdot 15^2 \cdot \frac{1}{100} \approx 316 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 35. Tegangan-tegangan didalam sebuah batang yang prismatis dan serba sama yang tipis pada putaran beraturan dipercepat disekeliling sumbu tetap aa , yang memotong sumbu batang itu tegaklurus.

Bila batang mempunyai rotasi beraturan dipercepat, maka terjadi tegangan-tegangan pembengkok yang disebabkan oleh gaya masa yang bekerja tegaklurus pada sumbu batang. Tegangan-tegangan pembengkok ini dapat kita susun dengan tegangan-tegangan normal yang disebabkan oleh gaya sentripetal. Di sini kita hanya membicarakan tegangan-tegangan pembengkok saja. Bila kita namakan percepatan sudut itu ϵ , maka percepatan tangen sebuah titik dari batang itu, yang terletak pada jarak q dari sumbu aa , adalah ϵq , lihat gambar 91. Bila titik yang diperhatikan itu mempunyai masa m maka dapat kita umpamakan, bahwa sebuah gaya masa yang kecil, $\epsilon q m$ bekerja berlawanan. Bila kita perhatikan pula bagian elementer batang itu, yang terdiri dari titik-titik benda dan begitu kecil, sehingga kita dapat menyebut jarak q bagian elementer itu sampai kepada sumbu aa , maka dapatlah kita mendapat gaya masa kecil yang elementer untuk bagian itu seperti berikut. Masa bagian elementer dari batang itu antara dua penampang normal,



Gamb. 91

yang terletak pada jarak Δq satu sama lainnya, adalah sama dengan:

$$\Delta m = \mu F \cdot \Delta q,$$

bila μ menunjukkan masa spesifik dan F luas penampang normal. Gaya masa kecil yang tersebut di atas itu ialah:

$$\epsilon q \cdot \Delta m = \epsilon q \mu F \cdot \Delta q = \epsilon \frac{\mu F l}{l} q \cdot \Delta q = \frac{\epsilon M}{l} q \cdot \Delta q.$$

Beban dalam kesatuan panjang ialah $\frac{\epsilon M}{l} q$, jadi berbanding seharga dengan q . Gambar beban jadi ialah sebuah segitiga dengan puncaknya pada sumbu aa . Sisi segipanjang itu adalah sama dengan panjang batang l dan ϵM , lihat gambar 91b. Pada keadaan beban ini, momen pembengkok yang terbesar terjadi pada a . Sesuai dengan bagian B , maka momen pembengkok yang terbesar ialah

$$\frac{1}{2} \cdot \epsilon M \cdot \frac{1}{2} l = \frac{1}{3} \epsilon M l^2.$$

Peringatan. Momen pembengkok yang terbesar yang telah dihitung itu, bersesuaian dengan momen kopel, yang harus dipekerjakan pada sumbu aa untuk memberi batang itu percepatan sudut ϵ . Menurut teori mekanika momen M kopel ini ialah: $M = I \epsilon$. Untuk sebuah batang prismatis, yang tipis dan serba sama, I adalah momen perlambaman masa terhadap masa aa , dan ia adalah sama dengan $\frac{1}{3} M l^2$. Dengan begitu kita mendapat:

$$M = \frac{1}{3} \epsilon M l^2.$$

Soal 43. Batang dari soal yang sebelum ini mendapat percepatan dengan pertolongan kopel, yang bekerja pada sumbu perputaran dan diikatkan erat-erat pada batang itu, dari 7 rad/det^2 . Hitunglah tegangan-tegangan normal yang terbesar. Batang itu mempunyai sebuah penampang normal segitpanjang dari $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Sisi segitiga yang paling kecil sejajar dengan sumbu perputaran. Panjang batang itu adalah 150 cm .

Cara menghitung. Momen pembengkok yang terbesar menurut yang sebelum ini ialah:

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{2} \epsilon M l^2 = \frac{1}{2} \epsilon \frac{G}{g} l^2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \frac{10 \cdot 5 \cdot 150 \cdot 7,8}{1000 \cdot 1000} \cdot 150^2 \approx 3071 \text{ kgcm}^2.$$

Tegangan pembengkok terbesar yang termasuk padanya ialah :

$$\sigma' = \frac{3071}{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2} \approx 37 \text{ kg/cm}^2.$$

Menurut soal yang sebelum ini di sini terjadi tegangan normal dari 316 kg/cm^2 . Jadi tegangan normal yang ditanyakan itu sama dengan:

$$316 + 37 = 353 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 36. Tegangan-tegangan normal didalam cincin tipis yang serba sama, yang mempunyai gerak beraturan melingkar sekeliling sumbu.

Bila sebuah cincin yang serba sama (silinder kosong, pelek roda angin) berputar pada sumbunya, maka terjadi di dalam penampang-penampang normal cincin itu tegangan-tegangan tarik. Supaya tegangan-tegangan ini dapat dilihat

agak terang, maka kita perhatikan bagian elementer dari cincin tersebut, yang terletak antara dua bidang melalui sumbu itu, yang saling membuat sebuah sudut $\Delta\varphi$, lihat gambar 92. Bila lingkaran jantung cincin itu mempunyai jari-jari r , maka $r \cdot \Delta\varphi$ ialah $\Delta\varphi$ samadengan panjang bagian elementer lingkaran jantung antara kedua bidang tersebut. Bila kita tetapkan luas penampang itu dengan F , maka isi bagian elementer yang dibicarakan itu ialah $F \cdot r \cdot \Delta\varphi$ dan masa $\mu F r \cdot \Delta\varphi$. Dalam perhitungan ini φ ialah masa spesifik. Bila cincin itu mempunyai percepatan sudut ω , maka kecepatan pada keliling lingkaran jantung adalah $v = \omega r$ dan percepatan

$$\text{normal} \quad a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Sekarang bagian elementer yang diperlihatkan itu ada dalam keimbangan, oleh karena pengerjaan gaya pusingan pusat, dan gaya, yang dikerjakan oleh sisa cincin pada penampang 1 dan 2 di bagian elementer. Dari pertimbangan-pertimbangan simetri kita dapat menarik kesimpulan, bahwa kedua gaya yang tersebut terakhir itu adalah sama, resultantenya ternyata

$$2S \sin \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Untuk ini dapat kita menulis, bila sudut $\Delta\varphi$ cukup kecilnya:

$$2S \cdot \frac{\Delta\varphi}{2} = S \cdot \Delta\varphi.$$

Gaya pusingan pusat itu adalah sama dengan $\mu F r \cdot \Delta\varphi \cdot \omega^2 r$, sehingga dari keadaan setimbang yang diperhatikan itu ternyata:

$$S \cdot \Delta\varphi = \mu F r \cdot \Delta\varphi \cdot \omega^2 r$$

atau

$$S = \mu F \omega^2 r^2 = \mu F v^2.$$

Untuk keadaan, di mana S terbagi rata pada luas sebuah penampang normal, maka tegangan normal yang

berhubungan bersama dengan S sama dengan $\sigma = \frac{S}{F} = \mu v^2$.

Dengan $\mu = \frac{\gamma}{g}$ rumus ini menjadi $\sigma = \frac{\gamma v^2}{g}$.

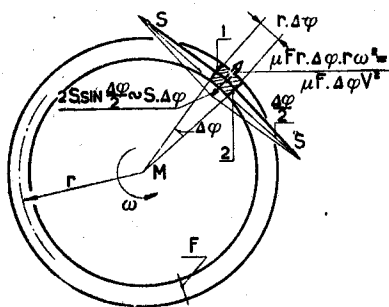
Peringatan. 1. Dalam contoh-contoh orang mengambil: γ dalam kg/cm^3 , v dalam cm/det dan g dalam cm/det^2 . σ tempat dalam kg/cm^2 .

2. Pada macam bahan yang tertentu dan harga yang tertentu dari g , σ berbanding seharga dengan pangkat

kedua kecepatan v pada keliling lingkaran jantung. Dalam gambar 93 dijelaskan hubungan σ dan v dengan grafik.

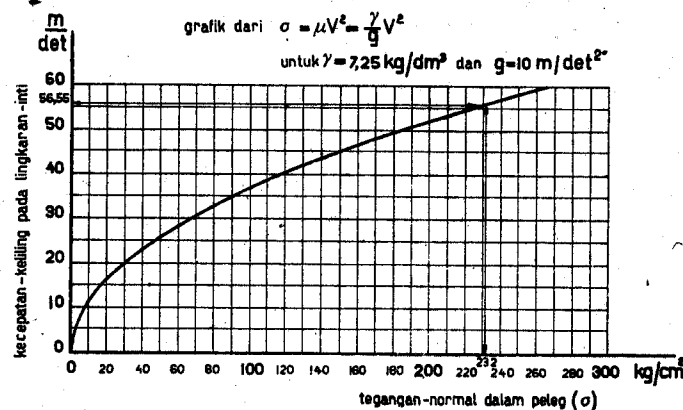
Soal 44. Sebuah cincin lihat gambar 92, mempunyai gerak beraturan berputar, sekeliling sumbu pada M , yang tegak lurus pada bidang gambar. Jumlah putaran dalam satu menit berjumlah 240. Ling-

karan jantung (sumbu) cincin mempunyai diameter dari 450 cm. Tentukanlah tegangan normal di dalam penampang normal yang sembarangan, bila kita boleh mengumpamakan, bahwa gaya normal di dalam penampang itu terbagi sama rata pada penampang.



Gamb. 92

$$\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3. \quad g = 10 \text{ m/det}^2.$$



Gamb. 93

Cara menghitung.

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ rad/det.}$$

$$v = \omega r = \frac{\pi \cdot 240}{30} \cdot 225 \approx 5652 \text{ cm/det.}$$

$$\gamma = \frac{7,25}{1000} \text{ kg/cm}^3. \quad g = 1000 \text{ cm/det}^2.$$

$$\sigma = \frac{7,25}{1000} \cdot \frac{1}{1000} \cdot 5652^2 \approx 232 \text{ kg/cm}^2.$$

Peringatan. Dengan gambar 93 kita mendapat hasil yang sama.

§ 37. Soal-soal.

97. Sebuah batang dari baja, panjangnya 12 m dan penampang normal segipanjang ($10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$) di gerak-kan oleh sebuah gaya K , yang menangkap di titikberat sebuah bidang ujung dan bekerja dalam arah sumbu batang itu dengan percepatan dari 4 m/det^2 melalui sebuah bidang licin yang mendatar. Berat jenis batang itu ialah $7,8 \text{ kg/dm}^3$, $g = 10 \text{ m/det}^2$. Hitunglah K dan tegangan normal σ , di dalam penampang normal yang sembarangan (namakanlah jarak penampang ini sampai pada bidang ujung di mana gaya ini tidak bekerja, $x \text{ m}$). Buatlah grafik dari σ , dengan ukuran yang ditentukan.

98. Sebuah balok dari kayu, panjangnya 1,5 m, dan mempunyai penampang normal segipanjang (10 cm) mendapat gerak beraturan dipercepat lurus oleh dua gaya P dan Q yang berlawanan sepanjang sumbu. P bekerja pada bidang yang satu dan sama dengan 2000 kg. Q bekerja pada bidang yang lain dan sama dengan 1980 kg. Hitunglah percepatan balok ini dan buatlah grafik dari tegangan-normal di dalam penampang (dengan beberapa ukuran yang ditulis):

- bila P dan Q bekerja kejurusan satu sama lain (tekanan);
- bila P dan Q bekerja berlawanan satu sama lain (tarikan).

Berat jenis balok itu sama dengan $0,8 \text{ kg/dm}^3$.

99. Sebuah batang AB , yang panjangnya 4 m dengan penampang-penampang normal berbentuk lingkaran dan diameternya 10 cm dibagian bawah di B diapit dan di sebelah atas mendukung di A bobot dari 400 kg. Bobot ini dianggap berkonsentrasi di titik A itu. B bergerak dengan tidak mempunyai kecepatan permulaan yang di percepat beraturan, dan mendapat kecepatan terakhir dalam 30 cm/det dalam waktu mula jalan dari 8 detik. Di tanyakan: tegangan normal yang terbesar di dalam batang, bila bobot sendiri batang itu tidak dihitung.

100. Sebuah balok-I yang panjangnya 1 m pada salah satu dari sisinya diapit dan di ujungnya yang bebas dibebani dengan bobot yang dianggap berkonsentrasi dari 2300 kg. Tinggi balok itu $h = 16 \text{ cm}$; lebar dari flens $b = 7,4 \text{ cm}$; momen-momen perlembamannya ialah $I_{max} = 935 \text{ cm}^4$ dan $I_{min} = 55 \text{ cm}^4$. Bobot balok itu dalam 1 m sama dengan 18 kg. Tempat apitannya bergerak mendatar, dipercepat beratnya dan tidak mempunyai kecepatan permulaan, tegaklurus pada balok itu. Waktu mula jalan sama dengan 3 detik, kecepatan terakhir sama dengan 4,5 m/det. Di tanyakan: Ichisar tentang tegangan-tegangan bahan di dalam penampang balok itu, yang di bebani paling berat.

101. Sebuah balok melintang $ABCDE$ di tunjang di titik-titik B dan D . $AB = BC = CD = DE = 1 \text{ m}$. Di A , C dan E bekerja beban-beban tegak dari 1000 kg.

Di tanyakan: 1. Gambarkanlah pada beban semacam ini bidang momen; momennya dapat kita tentukan dengan perhitungan.

2. Bila balok itu bergerak sejajar satu sama lainnya, umpamanya sebagai sebuah balok utama keran jalan, dengan kecepatan dari 5 m/det dan bila kecepatan ini berangsur-angsur menjadi nol karena direm sepanjang jalan dari 12,5 m, bagaimanakah bidang momen (ditentukan dengan menghitung) di titik-titik A , C dan E balok yang di bebani dengan gaya-gaya perlembaman. (Gaya-gaya rem bekerja di titik-titik-penunjang B dan D).

3. Waktu menrem balok itu dibebani dengan beban lengkung berganda; gambarlah untuk hal semacam ini, garismomen pembengkok yang dihasilkan dan tentukan dari gambar itu momen pembengkok terbesar yang dihasilkan.

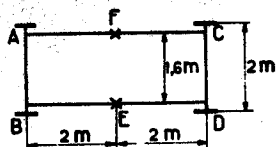
4. Jika balok itu mempunyai penampang-penampang normal yang berbentuk cincin dengan diameter d luar D

10

dan diameter di dalam d , tentukanlah D , jika $D = \frac{10}{8} d$ dan

$\bar{\sigma}_b$, tegangan pembengkok yang di bolehkan sama dengan 1000 kg/cm^2 .

102. Dalam gambar 94, A , B , C dan D adalah titik-titik-penunjang (titikputar roda-roda) sebuah rangka mobil. A, B, C, D, E dan F terletak di sebuah bidang yang mendatar. Balok-balok yang memanjang, yang melalui E dan F duduk pada balok-balok melintang, AB dan CD . Pembebanan mobil itu, termasuk juga bobot sendiri dianggap berkonsentrasi di titik-titik E dan F , di tiap-tiap titik 4000 kg. Gambarlah untuk balok AB bidang momen yang termasuk pada mobil yang tidak bergerak. Gambarlah juga untuk balok AB itu



Gamb. 94

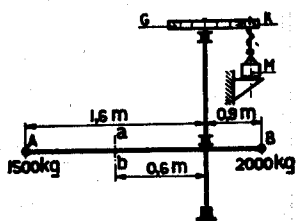
bidang momen, yang termasuk pada gaya-gaya perlembaran, yang terjadi bila hanya roda A dan B yang direm, dan kecepatan rangka itu yang berjumlah 30 m/det, di perlambat beraturan kembali sampai ke nol, sesudah melalui sebuah jalan rem dari 225 m.

Gambarkan juga bidang momen pembengkok yang di hasilkan, dan tentukan dari gambar-gambar itu ukuran-ukuran balok AB itu, bila balok itu berbentuk pipa.

$$d = 0,8D. \sigma_s = 800 \text{ kg/cm}^2.$$

103. Bentuk dasar sebuah jalan terdiri atas empat buah balok; dua buah balok memanjang AB dan CD, panjangnya 12 m. dan profil DIN 30, di mana berjalan sebuah derek jalan dan dua buah balok melintang yang menunjang balok-balok AB dan CD (di-titik-titik-ujung A, B, C dan D). Bobot derek jalan itu dan

beban sebesar 5000 kg, kita anggap berkonsentrasi di-tengah-tengah balok AB dan CD itu (di-tiap-tiap balok 2500 kg). Bila keran itu dalam 2 detik dinaikkan dari 0 sampai 4 m/det, berapakah besarnya tegangan-tegangan pembengkok terbesar di balok AB dan CD?



Gamb. 95

104. Di A dan B, lihat gambar 95, berada dua benda yang berat. Sambungan AB, diikatkan menjadi satu

pada konstruksi yang dapat berputar secara tegak, seperti yang dilukiskan bagannya sepanjang sumbu yang tegak itu. Dalam 2 detik, titik A, di mana kita anggap bobot badan A itu di konsentrir mendapat kecepatan dari 12 m/det; sedangkan gerak A di percepat beraturan dengan tidak ada kecepatan permulaan. Titik B, di mana kita anggap bobot badan B dikonsentrir, membuat gerak yang bersesuaian dengan itu (dengan kecepatan terakhir yang lain) ditanyakan:

1. momen yang „mendatar” sambungan AB dengan sumbu tegak, yang dibutuhkan untuk gerak itu dan umpamanya dapat disebabkan oleh sumbu M dan roda-roda gigi K dan G.

2. ukuran di tempat penampang ab, bila penampang itu terbentuk lingkaran dengan garistengah d dan bila di sana (di dalam ab), tegangan pembengkok yang terbesar dapat berjumlah 900 kg/cm² (yang diperhatikan hanya pembengkok berganda).

3. berapakah besar tegangan normal yang paling besar bila kita juga menghitung gaya sentripetal untuk badan A dan diameter yang di hitung di no, 2 dipertahankan?

105. Sebuah batang lurus yang mendatar berputar pada salah satu dari ujung-ujung sebuah sumbu aa , yang tegak. Hitunglah tegangan tarik yang paling besar, yang disebabkan oleh putaran itu, $\omega = 40 \text{ rad/det}$. $\gamma = 7,5 \text{ kg/dm}^3$. Panjang batang itu sama dengan 2 m. $g = 10 \text{ m/det}^2$.

Buatlah juga grafik dari tegangan-tegangan normal, yang bergantung sama dengan putaran itu.

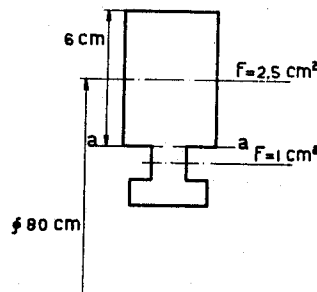
106. Sebuah batang yang lurus berputar pada sebuah sumbu aa , yang diikatkan erat-erat pada batang itu. Sumbu batang itu memotong garissumbu perputaran itu dengan sudut dari 90°. Geraknya mula-mula dipercepat beraturan tidak dengan kecepatan permulaan dengan kecepatan sudut dari 6 rad/det², sesudah 7 detik batang itu berputar dan geraknya menjadi beraturan. Sekarang gambarkanlah sebuah grafik (dengan beberapa ukuran yang ditulis) dari tegangan normal, di dalam penampang normal pada sumbu putar itu, sebagai-fungsi waktu. Di sini hanya diperhatikan tegangan-tegangan normal, terjadinya, disebabkan momen yang menyebabkan percepatan dan tegangan-tegangan normal, yang terjadi karena di sebabkan gaya sentripetal.

Ambillah panjang batang segipanjang itu 1,8 m, ukuran penampang normalnya 6 cm dan 12 cm (sisi dari 6 cm adalah sejajar dengan aa). Berat jenis batang itu sama dengan 8 kg/dm³.

107. Sebuah cincin yang tipis mempunyai gerak berputar yang beraturan sekeliling sumbu melalui titik tengah dan tegak lurus pada bidang lingkaran jantung. Jumlah perputaran dalam satu menit ialah 400.

Diameter lingkaran jantung sama dengan 4 m. Hitunglah tegangan normal di dalam sebuah penampang normal yang sembarangan, bila dapat kita umpamakan, bahwa tegangan-tegangan normal terbagi sama rata pada penampang itu $\gamma = 7,85 \text{ kg/dm}^3$, $g = 10 \text{ m/det}^2$. Jabarkan dulu: $\sigma = 0,0799v^2 \text{ kg/cm}^2$ (dalam m/det), dan sesuaikanlah rumus ini padanya.

108. Sudu sebuah turbin mendekati bentuk dan ukuran badan seperti dalam gambar 96. Berat jenis sudu itu ialah $7,8 \text{ kg/dm}^3$. Jumlah perputaran dalam satu menit sama dengan 4000. Hitunglah tegangan normal di dalam penampang aa , yang disebabkan oleh putaran itu.



Gamb. 96

PELAJARAN IX.

Garis-garis-pengaruh

§ 38. Pendahuluan.

Dalam banyak keadaan beban, seperti pada keran dan jembatan, konstruksi-konstruksi harus menahan beban yang memindahkan diri sepanjang konstruksi-konstruksi itu. Pada penyelidikan mengenai hal-hal yang semacam itu orang seringkali memakai apa yang dinamakan garis-garis-pengaruh.

Sebuah garis-pengaruh sesuatu kebesaran yang tidak tetap (reaksi, gaya melintang, momen, gaya batang, tegangan) dimaksudkan sebuah gambaran secara grafis dari kebesaran yang tidak tetap itu, yang menunjukkan sangkut paut kebesaran itu dengan tempat pembebanan. Bagaimanakah kita memperoleh gambaran secara grafis itu, akan kita berikan sesudah ini di dalam beberapa keadaan yang nyata. Di dalam paragraf berikutnya dibicarakan:

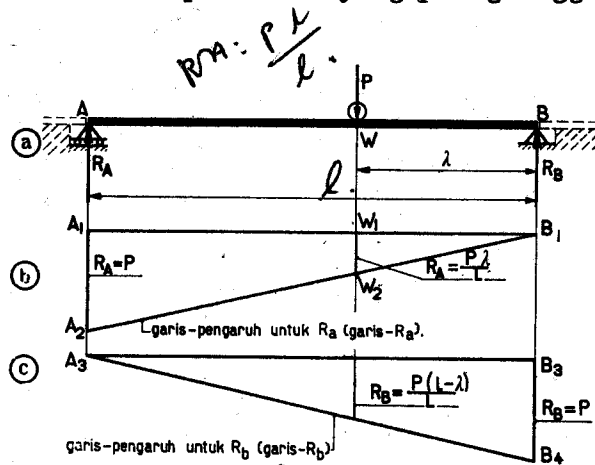
- garis-garis-pengaruh untuk reaksi-reaksi;
- garis-garis-pengaruh untuk gaya-gaya melintang;
- garis-garis-pengaruh untuk momen-momen penyangga;
- garis-garis-pengaruh untuk gaya-gaya batang.

§ 39. Garis-garis-pengaruh untuk reaksi titik penunjang sebuah pendukung yang mendatar yang di-ujung-ujung ditunjang dan dibebani oleh suatu beban P tegak yang bergerak.

Kita umpamakan, bahwa kedudukan P ditentukan oleh jarak (tidak tetap) antara ujung kanan dan P . Jarak ini kita namakan λ , lihat gambar 97a. Dengan menggunakan dalil momen kita mendapat: $R_A = P \frac{\lambda}{l}$.

Dari persangkutan ini ternyata, bahwa R_A tergantung pada λ , jadi dari kedudukan P . Dengan tiap-tiap kedudukan P , sesuai dengan suatu nilai λ tertentu, jadi juga reaksi R_A . Penglihatan yang terang dalam perubahan R_A dengan kedudukan P , dapat kita peroleh, bila R_A kita ukurkan sebagai fungsi λ . Dengan begitu kita mendapat garis-pengaruh untuk R_A . Dengan singkat kita namakan garis-pengaruh ini garis- R_A .

Oleh karena R_A adalah fungsi linier dari λ , maka garis- R_A adalah lurus. Garislurus ini ditetapkan oleh dua buah titik. Pada $\lambda = 0$, $R_A = 0$ dan pada $\lambda = l$, $R_A = P$. Oleh karena itu kedua titik garis- R_A itu sudah ditentukan dan garis itu sudah dapat digambarkan, lihat gambar 97b. Dari garis- R_A ini dengan segera kita mendapat R_A pada kedudukan P yang sembarangan. Bila P berdiri di dalam titik W yang sembarangan, lihat gambar 97a, maka pada kedudukan P yang semacam ini, reaksi di A adalah sama dengan $W.W$. Jadi reaksi itu kita dapat dari garis- R_A di tempat di mana P berdiri. Dari gambar 97b, segera kita lihat bahwa R_A mencapai nilai P yang paling tinggi, bila beban



Gamb. 97

P berdiri di atas titik pendukung A . Ini juga kita uraikan langsung dari rumus untuk R_A .

Garis-pengaruh untuk R_B (garis- R_B) kita peroleh cara dengan yang sama. Menurut gambar 97a adalah:

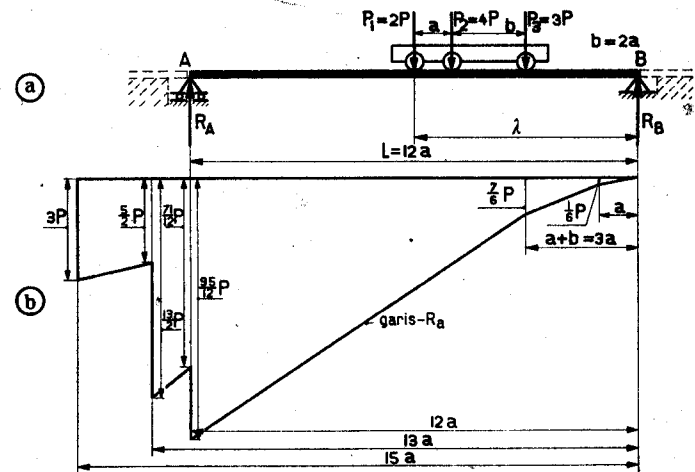
$$R_B = \frac{P(l-\lambda)}{l}$$

Grafik yang termasuk pada ini adalah lurus. Untuk $\lambda = 0$ $R_B = P$ untuk $\lambda = l$, $R_B = 0$. Dengan nilai-nilai ini kita telah menggambarkan gambar 97c.

§ 40. Garis-garis-pengaruh untuk reaksi titik-titik-penunjang sebuah pendukung yang melintang, yang pada ujung-ujung ditinjau, untuk sistim bergerak tiga gaya tegak.

Ketiga gaya yang tegak itu selalu mempertahankan kedudukannya terhadap satu sama lain, lihat gambar 98a. Garis- R_A dapat kita tentukan seperti berikut.

Kita umpamakan, bahwa sistim itu bergeser dari kanan ke kiri melalui pendukung. Dalam hal semacam ini yang datang mula-mula pada pendukung itu ialah gaya P_1 , sesudah itu P_2 , dan akhirnya, bila $l > \lambda > a + b$ ketiga gaya itu pada pendukung. Selanjutnya P_1 meninggalkan pendukung pada sebelah kiri; pada pemindahan seterusnya dari sistim itu ke kiri menyusul P_2 dan akhirnya P_3 . Kedudukan sistim beban sudah ditentukan bila kita mengetahui kedudukan salah satu dari gaya sistim itu, umpamanya kedudukan P_1 .



Gamb. 98

Bersambungan dengan paragraf yang sebelum ini, jarak antara B dan kepada P_1 (tidak tetap) sesudah ini akan kita namakan λ . Dengan memakai dalil momen terhadap B di dalam gambar 98a, kita mendapat:

$$R_A = \frac{P_1 \lambda + P_2(\lambda - a) + P_3(\lambda - a - b)}{l}$$

Persangkutan ini hanya berlaku, bila ketiga gaya (dari sistim itu berdiri pada pendukung AB. Ini halnya, bila $a + b < l < l$. Bila syarat-syarat ini tidak dipenuhi, kita dapat nilai-nilai lain untuk R_A . Berturut-turut akan diberikan pandangan tentangan kedudukan-kedudukan tipis yang lain dari rangka beban. Bila $0 < \lambda < a$, maka hanya P_1 ada pada pendukung dan

$$R_A = \frac{P_1 \lambda}{l}$$

P_1 dan P_2 hanya berada pada pendukung, bila $a < \lambda < a + b$. Dalam hal yang semacam ini:

$$R_A = \frac{P_1 \lambda + P_2(\lambda - a)}{l}$$

Reaksi di A yang didapat pada harga-harga λ antara $a + b$ dan l telah kita bicarakan pada tempat pertama.

Untuk $l < \lambda < l + a$ maka P_1 di sebelah kiri A dan

$$R_A = \frac{P_2(\lambda - a) + P_3(\lambda - a - b)}{l}$$

Akhirnya hanya P yang berada pada pendukung bila $l + a < \lambda < l + a + b$. Dalam hal yang semacam ini:

$$R_A = \frac{P_3(\lambda - a - b)}{l}$$

Dari rumus yang di dapat itu ternyata, bahwa R_A selalu menjadi fungsi linier dari λ . Jadi grafik R_A terdiri bagian bagian yang lurus.

Supaya pada penyelesaian selanjutnya jangan terjadi peluasan perumpamaan itu, kita umpamakan, sebagai hal

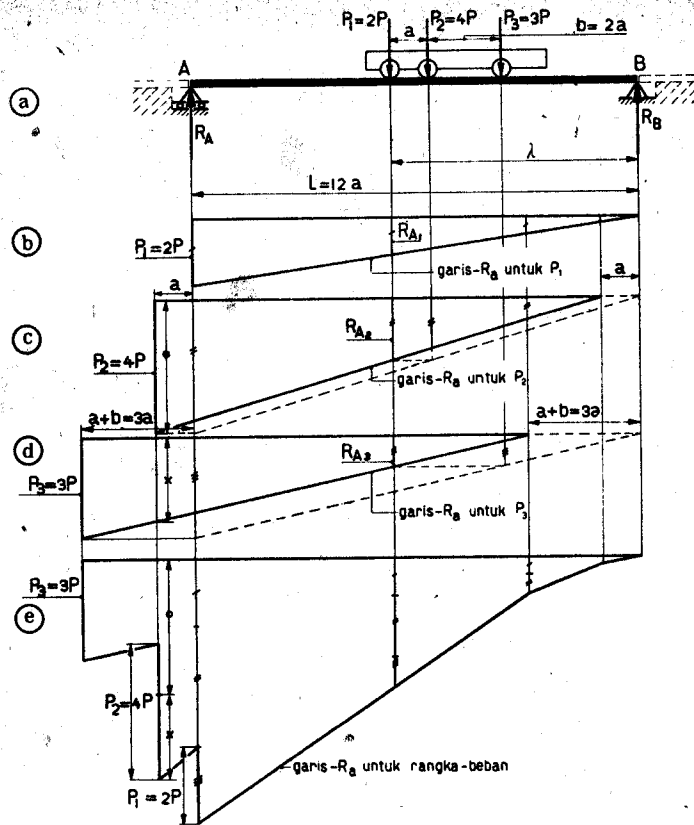
yang istimewa, di dalam gambar 98a: $l = 12a$, $b = 2a$; $P_1 = 2P$, $P_2 = 4P$ dan $P_3 = 3P$.

Rumus yang diuraikan itu menjadi lebih mudah, lihat daftar berikutnya: Dengan daftar ini telah digambarkan garis- R_A dari gambar 98b, yang tidak membutuhkan penjelasan yang lebih lanjut. Sekali lagi dapat kita memastikan dengan mudah dengan garis- R_A ini, yang manakah nilai reaksi itu yang tertinggi, bila rangka-beban bergeser pada pendukung.

Keadaan	λ	R_A	λ	R_A
α	$0 < \lambda < a$	$\frac{P\lambda}{6a}$	0 a	0 $\frac{1}{6}P$
β	$a < \lambda < 3a$	$\frac{3P\lambda - 2Pa}{6a}$	a $3a$	$\frac{1}{6}P$ $\frac{7}{6}P$
γ	$3a < \lambda < 12a$	$\frac{9P\lambda - 13Pa}{12a}$	$3a$ $12a$	$\frac{7}{6}P$ $\frac{25}{12}P$
δ	$12a < \lambda < 13a$	$\frac{7P\lambda - 13Pa}{12a}$	$12a$ $13a$	$\frac{7}{12}P$ $\frac{13}{12}P$
ϵ	$13a < \lambda < 15a$	$\frac{3P\lambda - 9Pa}{12a}$	$13a$ $15a$	$\frac{5}{12}P$ $\frac{3}{4}P$

Ordinat tertinggi garis- R_A terletak pada A dan menunjukkan reaksi dari $\frac{25}{12}P$. Jadi reaksi yang terbesar terjadi di dalam A, setelah P_1 tiba di atas A, reaksi ini menjadi $\frac{25}{12}P$. Bila P_1 telah melewati titik A, reaksi itu berkurang dengan jumlah $P_1 = 2P$.

Garis- R_A , yang termasuk pada rangka-beban juga dapat kita peroleh dengan jalan mensuperponir. Untuk itu terlebih dulu kita gambarkan, menurut paragraf sebelum ini, sebuah garis- R_A , yang termasuk pada P_1 : sesudah itu satu lagi, yang termasuk pada P_2 dan akhirnya satu, yang sesuai pada P_3 ; lihat gambar 99b, 99c dan 99d.



Gamb. 99

Pada kedudukan rangka-beban yang tertentu, lihat gambar 99a, R_{A1} disebabkan oleh P_1 , adalah sama dengan R_{A1} disebabkan oleh P_2 sama dengan R_{A1} disebabkan oleh P_3 sama dengan R_{A1} . Disebabkan oleh rangka-beban itu $R_A = R_{A1} + R_{A2} + R_{A3}$. Reaksi ini sekarang dapat kita ukurkan dibawah beban yang tertentu, umpamanya di bawah P_1 . Bila ini kita ulangi pada ber-macam-macam kedudukan rangka-beban itu, kita mendapat beberapa buah titik dari garis- R_A , lihat gambar 99e, sehingga kita dapat menggambarannya. Konstruksi garis- R_A ini dapat kita permudah bila kita geser garis- R_A dari gambar 99c, sepanjang

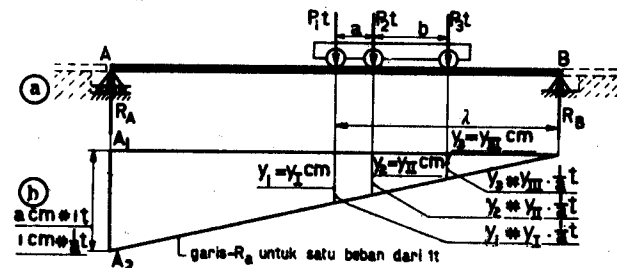
jang jarak a dan garis- R_A dari gambar 99d sepanjang jarak $a + b = 3a$. Jadi kita dapat juga mengukur ordinat-ordinat ketiga bidang-bidang pengaruh setiap kali pada garisbaca yang sama. Dengan cara begini gambar 99e telah diuraikan dari gambar-gambar yang sebelumnya.

Peringatan. Garis- R_B dapat kita susun pada cara yang bersesuaian. Pembicaraan lebih lanjut dari garis ini tidak perlu.

§ 41. Cara menentukan reaksi sebuah pendukung pada dua buah titikpenunjang yang termaksud pada rangka-beban menggunakan garispengaruh untuk reaksi itu yang termasuk pada sebuah beban titik dari 1 t.

Dalam gambar 100b di gambarkan garispengaruh untuk R_A pada sebuah gaya dari 1 t. Oleh karena A.A. # 1 t # 1 cm, maka skala-gaya sama dengan 1 cm # $\frac{1}{1}$ t. Dengan garis- R_A yang telah digambarkan itu, dengan mudah dapat kita menentukan pada kedudukan yang sembarangan rangka-beban, reaksi di dalam A, yang termasuk pada kedudukan yang sembarangan rangka-beban itu. Bila di tempat P_1 lihat gambar 100a, berada sebuah beban dari 1 t, maka reaksi di dalam A, yang disebabkan oleh beban dari 1 t itu,

sama dengan $y_1 \cdot \frac{1}{a}$ t. Di dalam ini:



Gamb. 100

$y_1 (= y_1 \text{ cm})$ adalah ordinat bidang pengaruh di tempat P_1 . bila beban dari $P_1 \cdot t$ berada di tempat itu juga, maka reaksi di A sama dengan $P_1 \cdot y_1 \cdot \frac{1}{a}$. Pada cara yang bersesuaian dapat kita lihat kedudukan rangka-beban yang diberikan itu, bahwa reaksi di A sama dengan:

$$R_A = \left(P_1 \cdot y_I \cdot \frac{1}{a} + P_2 \cdot y_{II} \cdot \frac{1}{a} + P_3 \cdot y_{III} \cdot \frac{1}{a} \right) t$$

Peringatan-peringatan. 1. Sebuah garispengaruh untuk R_B dapat kita peroleh seperti cara yang sama seperti untuk sebuah garis- R_A .

2. Dalam keadaan-keadaan, di mana beban itu terdiri atas beban yang tetap dan beban yang bergerak, reaksi-reaksi titik-titik penunjang kita tentukan dengan menggunakan dasar kedudukan yang baik sekali (superpositie).

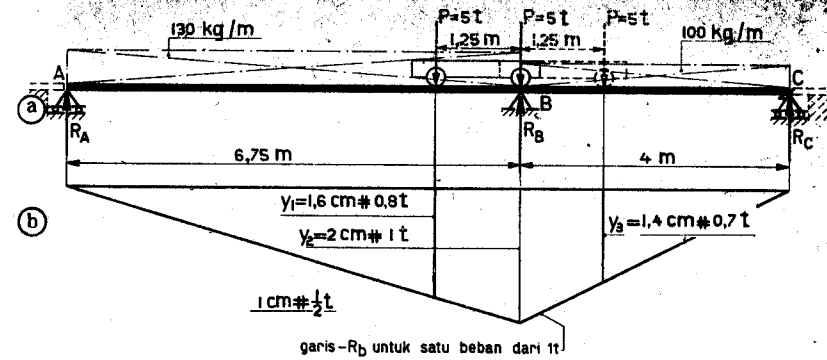
Soal 45. Sebuah pendukung yang mendatar terdiri atas dua bagian yang tersendiri AB dan BC . Bagian-bagian ini ditunjang di titik-titik A , B dan C . $AB = 6,75$ m, $BC = 4$ m. Rangka-beban itu terdiri atas 2 gaya, masing-masing besarnya 5 t. Jarak antara satu sama lain, sama dengan 1,25 m. Beban yang terbagi sama rata dari AB , dapat kita ambil 130 kg/m; beban dari BC 100 kg/m. Tentukanlah, dengan sebuah garispengaruh untuk R yang termasuk pada satu beban yang tegak dari 1 t, reaksi yang terbesar di B .

Cara menghitung. Reaksi-reaksi itu ialah disebabkan oleh beban yang terbagi sama rata dan oleh rangka-beban yang dapat bergerak. Reaksi di B , yang disebabkan oleh beban yang sama rata itu, sama dengan:

$$\frac{130 \cdot 6,75}{2} + \frac{100 \cdot 4}{2} \approx 639 \text{ kg.}$$

Reaksi yang disebabkan oleh rangka-beban yang dapat bergerak itu, dapat kita cari dengan garispengaruh dari gambar 101b. Ini digambarkan untuk suatu beban dari 1 t. Reaksi yang terbesar di B , yang disebabkan oleh rangka-beban, terjadi bila salah satu dari kedua gaya rangka itu berada di B . Sekarang rangka-beban itu digambarkan dalam dua sikap. Bila kita perbandingan ordinat-ordinat garis- R_B , yang termasuk pada kedua sikap yang digambarkan itu, maka dapat kita lihat, bahwa dalam sikap, di mana kedua gaya berdiri di atas AB , reaksi yang terbesar terjadi di dalam B . R_B menjadi: $R_B = (1,6 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}) 5 = 9 \text{ t} = 9000 \text{ kg.}$

$$R_{B_{\text{dijuml.}}} = 9000 + 639 \approx 9639 \text{ kg.}$$



Gamb. 101

Peringatan. 1. Secara analitis kita mendapat:

$$R_{B_{\text{dijuml.}}} = \frac{5,5 \cdot 5000}{6,75} + 5000 + 639 \approx 9713 \text{ kg.}$$

2. Apa yang telah dibicarakan di-paragraf-paragraf yang sebelum ini tentang reaksi-reaksi titik-titik-penunjang pendukung-pendukung yang biasa, berlaku juga, dengan tiada perubahan-perubahan, untuk reaksi-reaksi pendukung-pekerjaan bingkai.

§ 42. Menentukan secara grafis sebuah garis- R_A pada rangka beban.

Kita hanya akan membicarakan gambar 102. Bila P di tempatkan di dalam W , maka dalam gambar 102a:

$$R_A = \frac{1}{l} (P_1 \lambda_1 + P_2 \lambda_2 + P_3 \lambda_3).$$

R_A dapat kita tentukan dengan suatu akal muslihat. Kita umpamakan rangka itu terletak menurut gambar 102b, maka

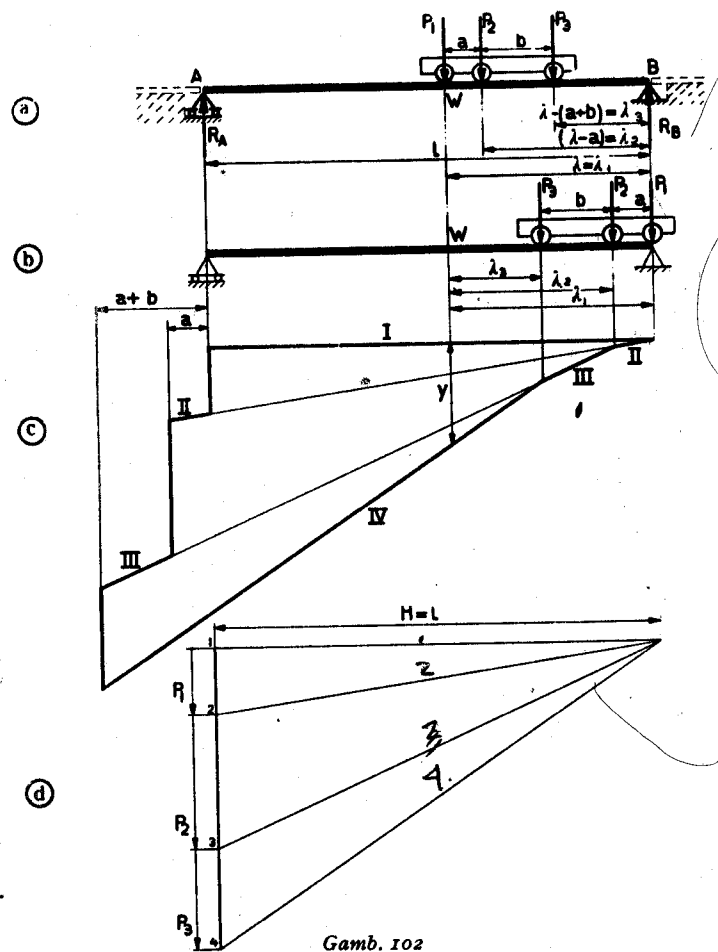
$$P_1 \lambda_1 + P_2 \lambda_2 + P_3 \lambda_3$$

adalah momen yang kita „umpamakan” dari rangka-gaya terhadap W . Momen ini dapat kita tentukan dengan sebuah gambar kutub dan sebuah sudutbanyak-batang. Bila kita pilih jarak kutub $H = l$, lihat gambar 102d, maka bila y itu adalah bagian itu, yang oleh sudutbanyak-batang-batang garisbaca terpotong melalui W , momen gaya dalam gambar 102b terhadap W sama dengan:

$$Hy = ly = P_1\lambda_1 + P_2\lambda_2 + P_3\lambda_3,$$

$$y = \frac{P_1\lambda_1 + P_2\lambda_2 + P_3\lambda_3}{l} = R_A.$$

Skala-gaya bidang pengaruh adalah sama dengan ska-



Gamb. 102

la-gaya gambar kutub. Ini berlaku seperti telah kita ketahui, bila P_1 berada di titik W dari AB yang sembarangan.

Bila P_1 berdiri sebelah kiri dari A , R_A hanya ditentukan oleh P_1 dan P_3 . Juga sekarang dapat kita cari R_A dengan gambar kutub yang sama dan sudut banyak batang-batang yang sama pula, yang kita pakai untuk ini. Kita hanya mengambil y pada garis baca di sepanjang gariskerja P_1 dan antara batang II dan IV. Jika P_3 sendiri berada di atas pendukung kita mengukur y antara batang-batang, yang bertemu satu sama lain digaya P_3 , yang „diumpamakan” itu dari gambar 102b. Keterangan ini sama dengan keterangan yang sebelum ini. Dengan cara yang diterangkan tadi kita mendapat bidang pengaruh dari gambar 102c.

PELAJARAN X.

Garis-garis-pengaruh untuk gaya melintang.

§ 43. Ketentuan.

Dengan garis-pengaruh untuk gaya melintang D_C di dalam penampang C sebuah pendukung yang sembarang, yang dibebani dengan beban lengkung dengan longsor oleh suatu rangka-beban yang dapat bergerak, dimaksudkan suatu gambaran D_C secara grafis yang termasuk pada bermacam-macam sikap rangka-beban itu. Biasanya D_C diukurkan di bawah gaya yang pertama dari rangka beban itu.

§ 44. Garis-garis-pengaruh untuk D_C , gaya melintang sebuah pendukung mendatar di penampang normal C yang sembarang yang pada ujung-ujung ditunjang dan dibebani dengan satu beban tegak yang bergerak.

Menurut definisi dari D_C yang telah diberikan di dalam bagian B, dalam hal yang semacam ini D_C adalah sama dengan jumlah-aljabar dari gaya-gaya yang bekerja di sebelah kiri C. Ini berlaku pada tiap-tiap sikap P yang sembarang. Kita di sini membedakan dua macam keadaan:

P di sebelah kanan C;

P berdiri sebelah kiri C.

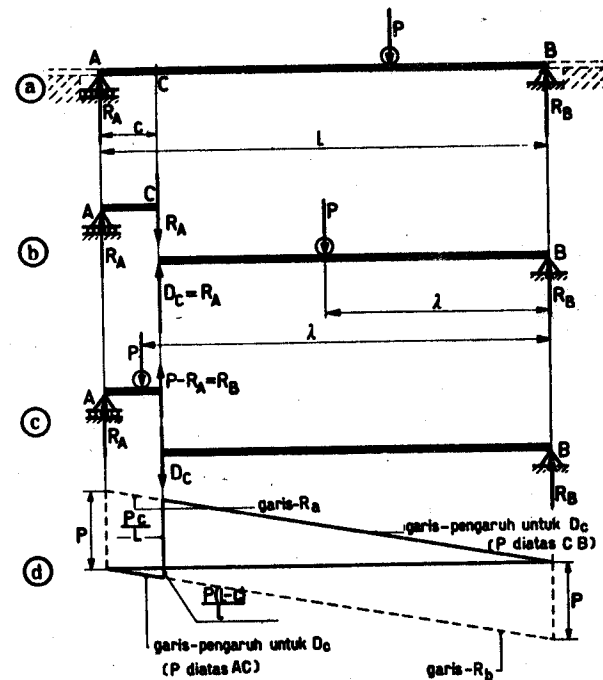
Di dalam keadaan yang pertama $D_C = R_A$, lihat gambar 103b, dan di dalam keadaan yang kedua $D_C = R_A - P = -R_B$, lihat gambar 103c. Sebelah kanan C, garis-pengaruh untuk D_C ditentukan oleh garis-pengaruh dari R_A . Lihat gambar 103d. Ini juga dengan segera dapat kita uraikan dari rumus-rumus.

Dalam gambar 103b, P berdiri dalam bidang CB, $R_A = \frac{P\lambda}{l}$ dan $D_C = R_A = \frac{P\lambda}{l}$. Rumus ini berlaku untuk nilai-nilai dari λ , yang memenuhi syarat: $0 < \lambda < l - c$.

Bila $l - c < \lambda < l$, P berdiri di medan AC, lihat gambar 103c. Dalam hal semacam ini:

$$R_A = \frac{P\lambda}{l} \text{ dan } D_C = R_A - P = \frac{P\lambda}{l} - P = \frac{P(\lambda - l)}{l}.$$

Dalam kedua macam keadaan itu D_C ialah sebuah fungsi linier dari λ , sehingga garis-pengaruh untuk D_C



Gamb. 103

terdiri dari bagian-bagian yang lurus. Garis pengaruh ini dapat kita gambarkan, bila kita mengetahui di dalam tiap-tiap medan dua nilai D_C .

Untuk $\lambda = 0$, $D_C = 0$.

Untuk $\lambda = l - c$, $D_C = \frac{P(l - c)}{l}$.

Untuk nilai yang sama dari λ kita peroleh dengan rumus yang lain untuk D_C (termasuk pada medan AC):

$$D_C = \frac{P(c - l)}{l}. \text{ Akhirnya untuk } \lambda = l: D_C = 0.$$

Lihat selanjutnya gambar 103d. Gaya-gaya melintang yang positif diukurkan di atas garis nol, yang negatif di sebelah bawah.

§ 45. Garis pengaruh untuk D_c pada rangka-beban dapat bergerak yang terdiri atas tiga beban yang tegak dan bergerak melalui sebuah yang melintang, yang diletakkan pada ujung-ujungnya (lihat gambar 104.)

Untuk menentukan pikiran, kita umpamakan, bahwa telah dipenuhi kedua syarat-syarat $a < c < b$ dan $a + b < l - c$. Kita dapat memperbedakan sikap-sikap yang tipis di bawah ini dari rangka-beban.

I. Rangka-beban berdiri sebelah kanan C.

a. Hanya P_1 berdiri pada bagian CB. $0 < \lambda < a$.

Lihat keadaan Ia.

β . P_1 dan P_2 berdiri pada bagian CB. $a < \lambda < a + b$.

Lihat keadaan Ib.

γ . P_1 , P_2 dan P_3 ketiga-tiganya berdiri pada CB

$a + b < \lambda < l - c$. Lihat keadaan I γ .

II. Sebagian dari rangka-beban berdiri sebelah kanan dari C. Lihat keadaan-keadaan IIa, II β , II γ dan II δ .

a. P_1 berada sebelah kiri dari C. $l - c < \lambda < l - c + a$.

β . P_1 dan P_2 berdiri dimedan AC. $l - c + a < \lambda < l$.

γ . P_1 berdiri di luar pendukung, P_2 berdiri di dalam medan AC. $l < \lambda < l + a$.

δ . P_1 dan P_2 ke dua-duanya meliwati titik A, mengarah ke kiri. $l + a < \lambda < l - c + a + b$.

III. Seluruh rangka-beban berdiri sebelah kiri dari C.

Lihat keadaan IIIa.

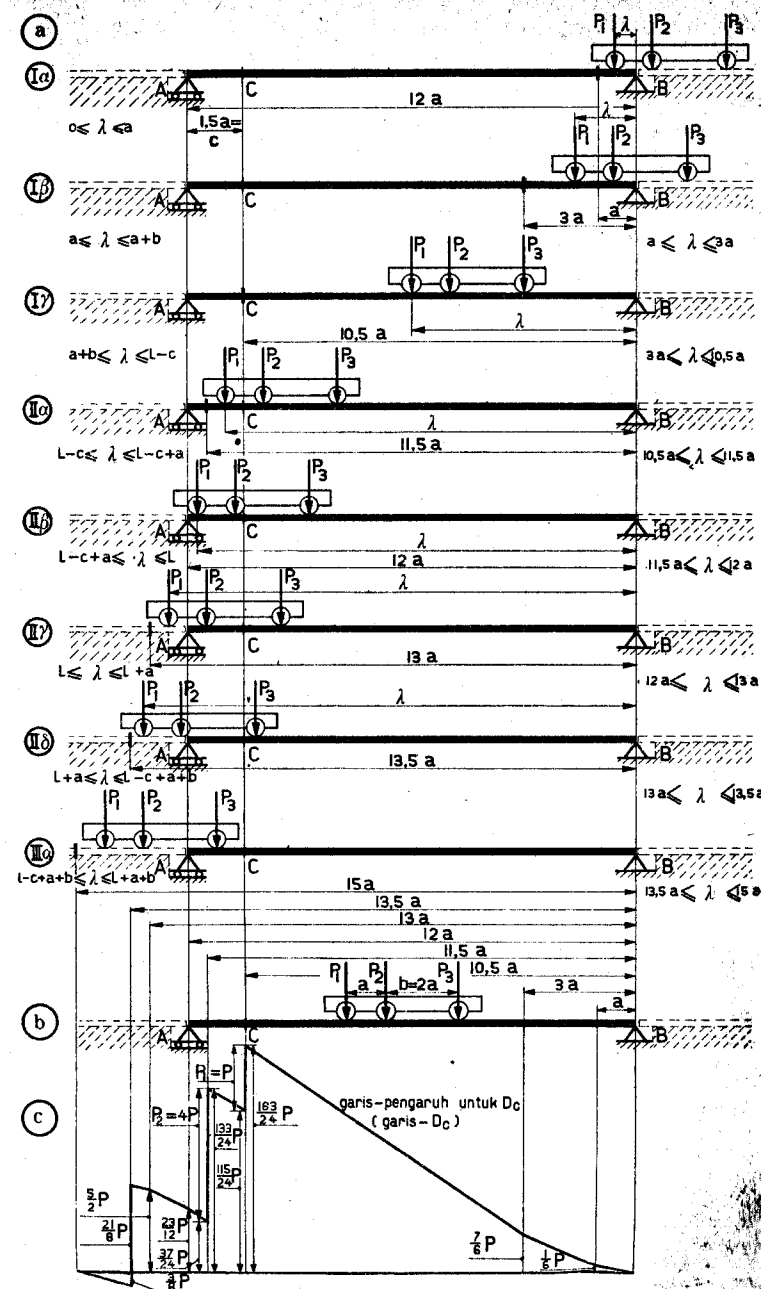
a. P_3 berdiri pada AC. $l - c + a + b < \lambda < l + a + b$.

β . P_3 berada seperti juga P_1 dan P_2 , di sebelah kiri dari A.

$l + a + b < \lambda$. Keadaan ini tidak digambarkan lagi.

Pada tiap-tiap keadaan yang tersebut di atas termasuk sebuah rumus untuk D_c .

Susunan rumus-rumus ini tidak menghendaki penerangan selanjutnya. Rumus-rumus ini disusun dengan terang sekali dalam rumus berikutnya.



Gamb. 104

Jadi gaya melintang di C itu, selalu ternyata menjadi sebuah fungsi linier dari λ . Grafik D_C jadi terdiri atas garis-garis yang lurus, yang dapat kita gambarkan menurut rumus daftar tadi. Ini telah diselesaikan dalam gambar 104c. Sesuai dengan § 40 yang berikut ini diterima: $P_1 = 2P$; $P_2 = 4P$; $P_3 = 3P$; $b = 2a$; $l = 12a$. Selanjutnya kita ambil $c = \frac{1}{2}a$. Dengan begitu rumus itu lebih mudah, lihat daftar

λ	R_A	D_C
I α $0 < \lambda < a$	$\frac{P_1 \lambda}{l}$	R_A
I β $a < \lambda < a + b$	$\frac{P_1 \lambda + P_2(\lambda - a)}{l}$	R_A
I γ $a + b < \lambda < l - c$	$\frac{P_1 \lambda + P_2(\lambda - a)}{l}$	R_A
II α $l - c < \lambda < l - c + a$	$\frac{+ P_3(\lambda - a - b)}{l}$	$R_A - P_1$
II β $l - c + a < \lambda < l$		$R_A - P_1 - P_2$
II γ $l < \lambda < l + a$	$\frac{P_2(\lambda - a) + P_3(\lambda - a - b)}{l}$	$R_A - P_2$
II δ $l + a < \lambda < l - c + a + b$	$\frac{P_3(\lambda - a - b)}{l}$	R_A
III α $l - c + a + b < \lambda < l + a + b$		$R_A - P_3$
III β $l + a + b < \lambda$	0	0

berikutnya. Dalam daftar ini ditulis juga beberapa nilai D_C (untuk tiap-tiap keadaan dua) yang termasuk pada nilai-nilai dari λ yang diterima. Nilai-nilai yang belakangan ini kita pakai waktu menggambar garis-pengaruh, lihat gambar 104c.

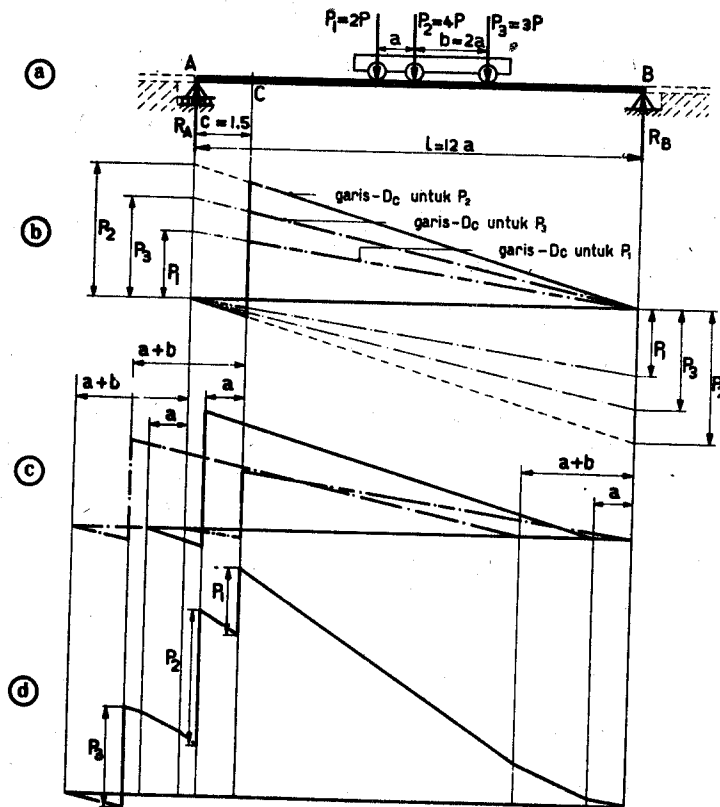
Peringatan. 1. Juga sekarang garis-pengaruh dapat kita cari dengan mengsuperponer ketiga garis-garis-pengaruh, yang termasuk pada tiap-tiap garis P_1 , P_2 dan P_3 . Tentang ini, nanti kita bicarakan dalam paragraf yang selanjutnya.

Keadaan	λ	D_C	λ	D_C
I α	$0 < \lambda < a$	$\frac{P\lambda}{6a}$	0	0
			a	$\frac{1}{6}P$
β	$a < \lambda < 3a$	$\frac{P(3\lambda - 2a)}{6a}$	a	$\frac{1}{6}P$
			$3a$	$\frac{7}{6}P$
γ	$3a < \lambda < 10,5a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)}{12a}$	$3a$	$\frac{7}{6}P$
			$10,5a$	$\frac{163}{24}P$
II α	$10,5a < \lambda < 11,5a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)}{12a} - 2P$	$10,5a$	$\frac{115}{24}P$
			$11,5a$	$\frac{133}{24}P$
β	$11,5a < \lambda < 12a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)}{12a} - 6P$	$11,5a$	$\frac{37}{24}P$
			$12a$	$\frac{23}{12}P$
γ	$12a < \lambda < 13a$	$\frac{P(7\lambda - 13a)}{12a} - 4P$	$12a$	$\frac{23}{12}P$
			$13a$	$\frac{5}{2}P$
δ	$13a < \lambda < 13,5a$	$\frac{P(\lambda - 3a)}{4a}$	$13a$	$\frac{5}{2}P$
			$13,5a$	$\frac{21}{8}P$
III α	$13,5a < \lambda < 15a$	$\frac{P(\lambda - 3a)}{4a} - 3P$	$13,5a$	$-\frac{3}{8}P$
			$15a$	0
β	$15a < \lambda$	0	$15a$	0

2. Kita dapat memperluas yang dibicarakan itu sampai kepada rangka-beban dengan beberapa beban yang sembarang.

3. Garis-garis-pengaruh untuk gaya-gaya melintang di dalam tehnik dipakai diwaktu menghitung las sambungan keling dan diwaktu menentukan gaya-gaya batang di dalam pekerjaan bingkai, yang harus mengambil beban bergerak.

4. Dalam banyak hal kita tidak dapat mengabaikan pengaruh bobot sendiri gaya melintang itu. Bobot sendiri itu adalah beban yang tinggal diam. Pengaruh beban yang terbagi sama rata itu pada D_C dapat kita hitung menurut bagian B.



Gamb. 105

§ 46. Cara mengerjakan garis-pengaruh untuk D_C secara grafis, yang termasuk pada rangka-beban, yang terdiri dari tiga gaya yang tegak dan bergerak pada sebelah penunjang yang mendatar yang di letakkan pada ujung-ujungnya.

Sama dengan § 40, pada garis-garis-pengaruh untuk reaksi-reaksi, kita mulai dengan garis-garis-pengaruh untuk D_C , yang termasuk pada gaya-gaya tersendiri. Lihat gambar 105b. Ini kita geser sesudah itu, lihat gambar 105c, dan superponerkanlah ia (lihat gambar 105d).

Gambar ini menyebabkan peringatan-peringatan seperti berikut. Bila rangka beban berdiri di sebelah paling kanan dari C, maka D_C adalah sama dengan R_A (R_A berubah dengan sikap rangka-beban). Bila rangka itu digeserkan ke kiri makai, D_C berubah dengan secara melompat, bila beban itu meliwati titik C. Bila P_1 dengan langsung tiba di sebelah kiri C, maka $D_C = R_A - P_1$. Di dalam garis-pengaruh itu terjadi suatu „loncatan”, sebesar P_1 . Bila P_2 meliwati titik C, maka D_C juga berubah dengan secara melompat dengan jumlah P_2 . Juga kita mendapat suatu „loncatan P_3 ” di dalam garis-pengaruh itu, bila P_3 meliwati titik C. Bila sebuah beban rangka itu mendekati titik C dari kanan, maka gaya melintang itu menjadi besar, lihat gambar 105d. Sesudah titik C, dalam gambar 105a, diliwati, gaya melintang itu menjadi berkurang. Jadi D_C mencapai nilai nilai yang paling tinggi, bila salah satu dari beban itu langsung berdiri sebelah kanan dari C. Dengan begitu kita dapat menentukan gaya melintang yang terbesar untuk beberapa penampang pendukung. Bila ini kita ukurkan di dalam sebuah grafik, maka kita akan mendapat suatu gambaran gaya-gaya melintang yang paling besar di beberapa penampang. Dari gambar itu dapat kita tentukan nilai gaya melintang yang paling tinggi untuk seluruh pendukung. Tentang ini tidak dibicarakan lebih lanjut.

PELAJARAN XI.

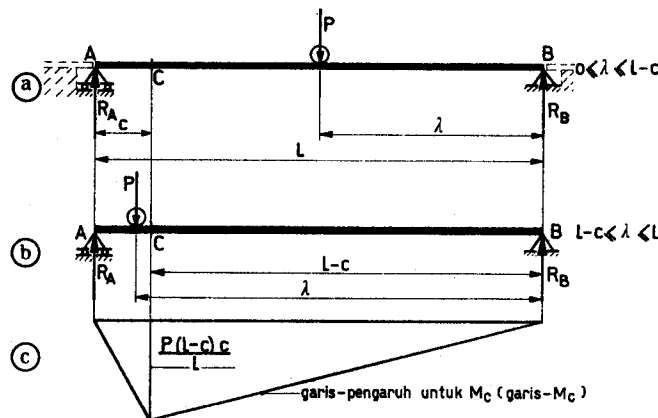
Garis-garis-pengaruh untuk momen pembengkok.

§ 47. Ketentuan.

Yang dimaksudkan dengan garis-pengaruh untuk momen pembengkok M_C di dalam sebuah penampang normal C sebuah pendukung yang sembarangan, yang dibebani dengan beban lengkung dengan longsor, yang disebabkan oleh rangka beban yang dapat bergerak, ialah suatu gambaran momen pembengkok M_C secara grafis dalam bermacam-macam sikap rangka-beban itu. Biasanya M_C diukurkan di bawah gaya yang pertama rangka-beban itu.

§ 48. Garis-pengaruh untuk momen pembengkok M_C di dalam penampang normal C yang sembarangan dari sebuah pendukung yang mendatar dan pada ujung-ujungnya ditunjang dan dibebani dengan beban P tegak dan bergerak, yang memotong sumbu pendukung itu.

Menurut definisi, yang telah diberikan di dalam bagian B dari momen pembengkok M_C di dalam penampang normal (yang sembarangan), M_C adalah sama dengan jumlah aljabar momen semua gaya, yang bekerja sebelah kiri dari C terhadap C sendiri.



Gamb. 106

Sekali lagi dapat kita perbedakan dua sikap P yang typis:

- P berdiri diseb lah kanan dari C.
- P berdiri disebelah kiri dari C.

Bila $AC = c$ maka di dalam hal yang pertama $M_C = R_A c$, lihat gambar 106a. Di dalam hal yang kedua, lihat gambar 106b, adalah $M_C = R_A c - P(\lambda - (l - c))$.

Dengan $R_A = \frac{P\lambda}{l}$, bila $0 < \lambda < l - c$, kita mendapat $M_C = \frac{P\lambda c}{l}$

dan bila $l - c < \lambda < l$, $M_C = \frac{P\lambda c}{l} - P(\lambda - l + c)$.

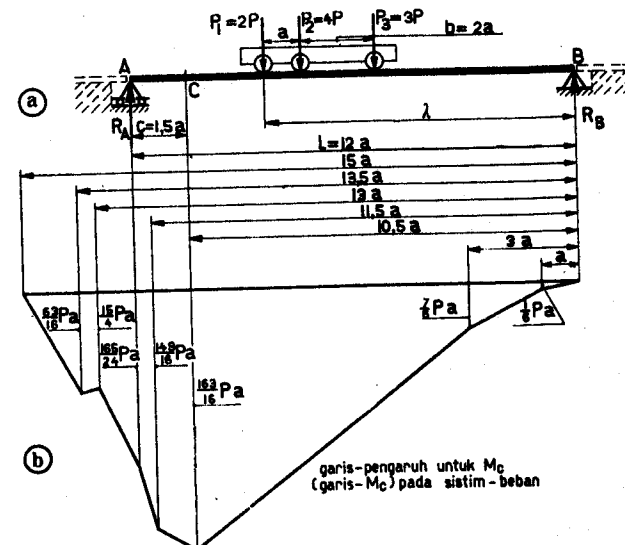
Dengan menggunakan rumus-rumus ini kita telah menggambarkan garis-pengaruh dari gambar 106c. Untuk itu kita telah memberikan berturut-turut kepada λ nilai 0, $(l - c)$ dan l . Untuk $\lambda = 0$, maka $M_C = 0$, untuk

$\lambda = l - c$, maka $M_C = \frac{P(l - c)c}{l}$ dan untuk $\lambda = l$, maka $M_C = 0$.

§ 49. Garis-pengaruh untuk M_C yang termasuk pada rangka-beban dapat bergerak dan terdiri atas tiga beban yang tegak.

Kita umpamakan, bahwa rangka ini bergerak pada sebuah pendukung yang mendatar dan diletakkan pada ujung-ujungnya, lihat gambar 107a. Seperti pada § 45, kita memperlihatkan keadaan yang istimewa dan sekarang kita ambil pula:

$$a < c < b \text{ dan } a + b < l - c.$$



Gamb. 107

Sekali lagi kita dapat melihat sikap-sikap yang tipis dari rangka-beban seperti berikut :

I. Rangka-beban berdiri sebelah kanan dari C.

- a. Hanya P_1 berdiri pada bagian CB.
- β . P_1 dan P_2 berdiri pada bagian CB.
- γ . P_1 dan P_2 dan P_3 , ketiga-tiganya berdiri pada CB.

II. Sebagian dari rangka-beban berada sebelah kiri dari C.

- a. Hanya P_1 berada di sebelah kiri dari C.
- β . P_1 dan P_2 berada sebelah kiri dari C, akan tetapi sebelah kanan dari A.
- γ . P_1 dan P_2 berdiri sebelah kiri dari C Hanya P_1 berada sebelah kiri dari A.
- δ . P_1 dan P_2 kedua-duanya berdiri sebelah kiri dari A.

III. Seluruh rangka-beban berada sebelah kiri dari C.

- a. P_3 berdiri di atas AC.
- β . P_3 juga seperti P_1 dan P_2 berada di sebelah kiri dari A.

Pada tiap-tiap sikap yang tersebut tadi dari rangka-beban itu termasuk rumus yang tertentu untuk M_c . Susunan rumus-rumus ini tidak menghendaki keterangan selanjutnya. Untuk rumus-rumus di dalam keadaan istimewa lihatlah daftar yang berikut:

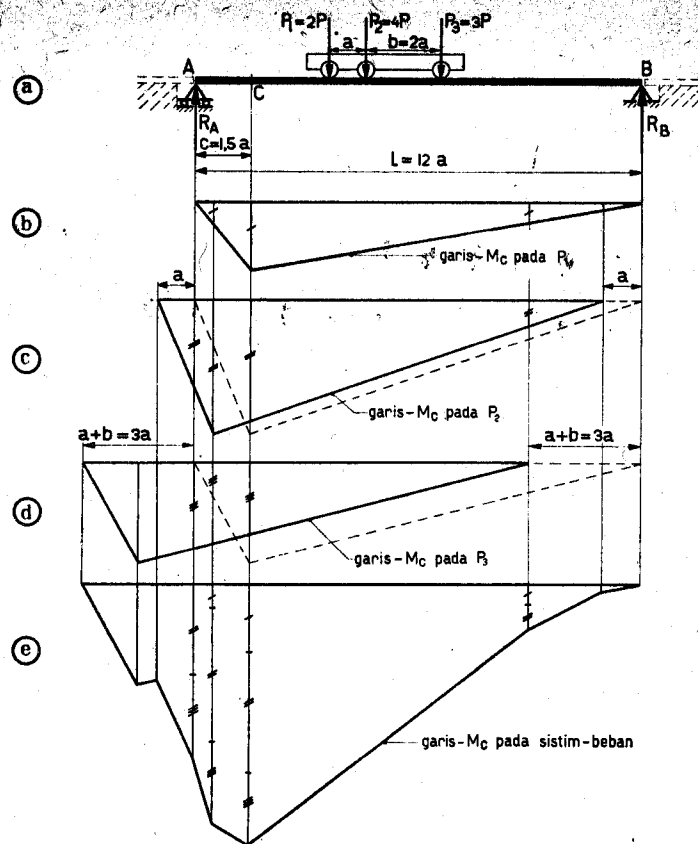
$$P_1 = 2P; P_2 = 4P; P_3 = 3P.$$

$$l = 12a. b = 2a. c = 1\frac{1}{2}a.$$

Dengan nilai-nilai dari kolom yang terakhir ini, kita telah menggambarkan garispengaruh dari gambar 107b.

Peringatan. Peringatan-peringatan dari hlm. 186 dapat diambil semua dengan begitu saja. Dalam gambar 108 garispengaruh untuk M_c , yang termasuk pada rangka-beban, ditentukan dengan mengsuperponer. Keterangan-keterangan selanjutnya tentang gambar ini tidak perlu.

Keadaan	λ	M_c	λ	M_c
I a	$0 < \lambda < a$	$\frac{P\lambda c}{6a}$	0	0
β	$a < \lambda < 3a$	$\frac{P(3\lambda - 2a)c}{6a}$	a	$\frac{1}{6}Pa$
γ	$3a < \lambda < 10,5a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)c}{12a}$	a	$\frac{1}{6}Pa$
			3a	$\frac{7}{6}Pa$
			3a	$\frac{7}{6}Pa$
			10,5a	$\frac{103}{18}Pa$
II a	$10,5a < \lambda < 11,5a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)c}{12a} - 2P(\lambda - 12a + c)$	10,5a	$\frac{103}{18}Pa$
			11,5a	$\frac{149}{18}Pa$
β	$11,5a < \lambda < 12a$	$\frac{P(9\lambda - 13a)c}{12a} - 2P(\lambda - 12a + c) - 4P(\lambda - 12a + c - a)$	11,5a	$\frac{149}{18}Pa$
			12a	$\frac{149}{24}Pa$
γ	$12a < \lambda < 13a$	$\frac{P(7\lambda - 13a)c}{12a} - 4P(\lambda - 12a + c - a)$	12a	$\frac{103}{24}Pa$
			13a	$\frac{15}{4}Pa$
δ	$13a < \lambda < 13,5a$	$\frac{P(\lambda - 3a)c}{4a}$	13a	$\frac{15}{4}Pa$
			13,5a	$\frac{65}{18}Pa$
III a	$13,5a < \lambda < 15a$	$\frac{P(\lambda - 3a)c}{4a} - 3P(\lambda - 15a + c)$	13,5a	$\frac{65}{18}Pa$
			15a	0
β	$15a < \lambda$	0	0	0



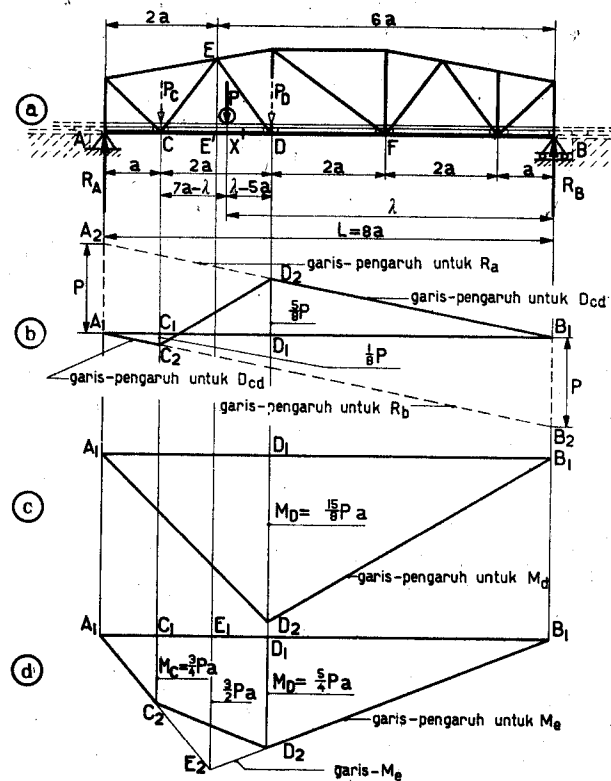
Gamb. 108

PELAJARAN XII.

Garis-garis-pengaruh untuk pendukung-pendukung pekerjaan bingkai yang datar.

§ 50. Pendahuluan.

Kita perhatikan salah satu dari pendukung-pendukung utama sebuah jembatan pekerjaan bingkai, di mana lintasan jalan ditangkap oleh pendukung-pendukung memanjang, yang dengan bantuan pendukung-pendukung melintang duduk pada titik-titik-buhul pinggir bawah pendukung utama itu, lihat gambar 109a.



Gamb. 109

Pendukung utama itu seperti cara yang biasa pada ujung-ujungnya ditunjang. Bila suatu rangka-beban utama

melalui sebuah jembatan, berubahlah gaya-gaya di batang-batang pekerjaan bingkai itu dengan kedudukan pendukung-pendukung beban. Gaya di sebuah batang pekerjaan bingkai yang tertentu, ditentukan pada tiap-tiap kedudukan rangka-beban. Bila gaya-gaya ini setiap kali diukurkan sebagai ordinat-ordinat titik-titik sebuah garis nol, yang bersesuaian dengan kedudukan suatu beban yang tertentu rangka-beban, maka ujung ordinat-ordinat ini membentuk garis-pengaruh gaya batang yang diperhatikan itu.

Gaya-gaya-batang di dalam suatu pekerjaan bingkai dapat kita tentukan menurut cara memotong dari Ritter. Kita selalu dapat mengembalikannya sampai kepada suatu reaksi, suatu gaya melintang (di dalam sebuah medan) dan suatu momen di dalam sebuah titikbuhul. Garis-garis-pengaruh untuk gaya-gaya-batang itu juga bersesuaian dengan garis-garis-pengaruh kebesaran-kebesaran yang tersebut itu. Oleh karena ada beberapa perbedaan di dalam garis-garis-pengaruh untuk kebesaran-kebesaran ini pada beban-beban yang tidak langsung atau beban yang langsung, maka kita, di dalam paragraf berikutnya, mula-mula akan memberikan beberapa pemandangan tentang beban yang tidak langsung dari sebuah pendukung oleh satu gaya P .

§ 51. Garis pengaruh untuk reaksi R_A di dalam titikpendukung A pinggir bawah yang mendarat sebuah pendukung pekerjaan bingkai, pada beban yang tidak langsung pinggir bawah ini oleh sebuah pembebanan P yang bergerak tegak.

Bila P terdiri di atas titik-titik-buhul, maka tidak ada perbedaan antara beban yang langsung dan yang tidak langsung. Jadi kita hanya akan membicarakan keadaan, dimana P berada antara dua titik-titik-buhul. Marilah kita perhatikan kedudukan P di dalam gambar 109a. Dalam keadaan semacam ini kita dapat menggantikan P dengan gaya P_C di atas titikbuhul C dan gaya P_D di atas titik-

$$\text{buhul } D. P_C = \frac{P(\lambda - 5a)}{2a} \text{ dan } P_D = \frac{P(7a - \lambda)}{2a}.$$

Jadi pinggir bawah itu langsung dibebani oleh dua gaya P_C dan P_D . Reaksi R_A , yang termasuk itu ialah:

$$R_A = \frac{P_D \cdot 5a + P_C \cdot 7a}{8a} = \frac{P(7a - \lambda) \cdot 5a + P(\lambda - 5a) \cdot 7a}{2a \cdot 8a} = \frac{P\lambda}{8a}.$$

Pada beban yang tidak langsung pinggir bawah R_A adalah juga sama dengan $R_A = \frac{P\lambda}{8a}$.

Dengan cara yang sama kita dapat memperlihatkan, bahwa persamaan reaksi pada beban yang langsung dan yang tidak langsung berlaku untuk segala nilai dari λ antara 0 dan l . Jadi garis-pengaruh untuk R_A pada beban langsung dan yang tidak langsung adalah sama.

Peringatan. 1. Yang tersebut di atas itu berlaku juga untuk R_B .

2 Pada rangka-beban yang dapat bergerak melalui pendukung kita mendapat pada kesimpulan yang sama.

§ 52. Garispengaruh untuk gaya melintang dalam sebuah medan pinggir bawah yang melintang dari sebuah pendukung pekerjaan bingkai, pada beban yang tidaklangsung dari pinggir itu oleh sebuah beban P yang bergerak tegak.

Pembicaraan ini kita hubungkan dengan gambar 109a. Kita hanya membicarakan gaya melintang di titik X yang sembarangan dari medan CD. Kita melihat tiga sikap P yang tipis.

- a. Beban berdiri diatas AC; $7a < \lambda < 8a$.
- β. P berdiri diatas CD; $5a < \lambda < 7a$.
- γ. P berdiri diatas DB; $0 < \lambda < 5a$.

Di dalam keadaan yang disebutkan terdahulu gaya melintang di titik X yang sembarangan medan DC, sama dengan:

$$R_A - P = \frac{P\lambda}{8a} - P.$$

Persangkutan ini bergantung linier dari λ ; jadi gaya melintang itu berubah dengan tempat P , akan tetapi disemua titik CD ia sama besarnya, bila P mempunyai tempat yang tertentu (jadi bila λ mempunyai nilai yang tertentu). Di dalam keadaan yang kedua kita umpamakan P diganti oleh P_C dan P_D , lihat gambar 109a. Pada tiap-tiap sikap P , gaya melintang di titik X yang sembarangan medan CD, ditentukan dengan :

$$R_A - P_C = \frac{P\lambda}{8a} - \frac{P(\lambda - 5a)}{2a} = \frac{20Pa - 3P\lambda}{8a}$$

Juga di sini gaya melintang di dalam titik X yang sembarangan medan CD bergantung linier dari λ . Di dalam keadaan yang ketiga, gaya melintang di dalam titik X yang sembarangan medan CD sama dengan R_A . Oleh karena $R_A = \frac{P\lambda}{8a}$ bergantung linier dari λ (jarak P), maka juga sekarang yang semacam itu berlaku lagi untuk gaya melintang di titik yang sembarangan dari CD.

Peringatan. Oleh karena didalam semua titik-titik X yang sembarangan dari medan CD pada kedudukan P yang tertentu, gaya melintang itu sama besar, maka ia dapat kita sebut *gaya melintang D_{CD} medan CD*.

Dari rumus-rumus, yang diuraikan untuk ini, dengan mudah kita dapat menggambarkan garispengaruh garis melintang di dalam medan CD. Untuk itu kita menghitung nilai-nilai λ yang terpakai, beberapa nilai D_{CD} dan kita ukurkan seperti cara yang biasa. Lihatlah daftar yang di bawah ini dan gambar 109b. Gaya melintang yang positif diukur di atas garis nol dan gaya melintang yang negatif di bawah garis nol.

Keadaan	λ	Rumus untuk D_{CD}	λ	D_{CD}
α	$7a < \lambda < 8a$	$\frac{P\lambda}{8a} - P$	$8a$	0
			$7a$	$-\frac{1}{8}P$
β	$5a < \lambda < 7a$	$\frac{20Pa - 3P\lambda}{8a}$	$7a$	$-\frac{1}{8}P$
			$5a$	$-\frac{1}{8}P$
γ	$0 < \lambda < 5a$	$\frac{P\lambda}{8a}$	$5a$	$\frac{1}{8}P$
			0	0

Dari penilikan yang sederhana, yang di sini tidak usah kita kupas seluas-luasnya, nyatalah pada kita, bahwa garis-

pengaruh untuk D_{CD} untuk $7a < \lambda < 8a$, bersambungan pada garis- R_B dan bila $0 < \lambda < 5a$, pada garis- R_A . Lihat gambar 109b.

Peringatan. Garispengaruh untuk gaya melintang di dalam sebuah medan, kadang-kadang memegang rol yang penting untuk menentukan gaya-gaya-batang di dalam batang-batang yang tegak dan yang diagonal gelagar-gelagar sejajar yang mendatar.

§ 53. Garispengaruh untuk momen disebuah titikbuhul sebuah pendukung pekerjaan bingkai, yang tidak langsung dibebani dengan satu beban P yang tegak.

Serupa dengan momen pembengkok di dalam sebuah penampang (titik) sebuah pendukung, yang dibebani dengan beban lengkung dengan longsor, yang kita maksudkan ialah momen di dalam sebuah titikbuhul sebuah pendukung pekerjaan bingkai: jumlah aljabar momen semua gaya bagian luar (termasuk juga reaksinya), yang bekerja sebelah kiri titikbuhul yang diperhatikan itu, terhadap titikbuhul tadi.

a. Momen pembengkok dititikbuhul pinggir bawah.

Sekarang kita perhatikan terlebih dulu momen M_D di titikbuhul D dan pinggir bawah pendukung pekerjaan bingkai itu dari gambar 109a. Pada beban yang langsung pinggir bawah momen di dalam D , bila P berdiri sebelah kanan dari D , sama dengan $R_A \cdot 3a = \frac{3Pa\lambda}{8a} = \frac{3}{8}P\lambda$.

Bila pinggir bawah ini dibebani tidak langsung oleh sebuah gaya P di dalam medan DB maka R_A juga sama dengan $\frac{P\lambda}{8a}$. Dalam kedua macam keadaan itu momen di dalam D adalah sama dengan $M_D = \frac{P\lambda}{8a} \cdot 3a = \frac{3}{8}P\lambda$. Bila P berdiri di atas AD , maka momen di dalam D ditentukan dengan R_A dan P . Pada beban yang langsung:

$$M'_D = R_A \cdot 3a - P(\lambda - 5a) = \frac{3}{8}P\lambda - P(\lambda - 5a) = \frac{P}{8}(-5\lambda + 40a).$$

Pada beban yang tidak langsung, bila P berada di atas CD , maka momen di dalam D , M_D , ditentukan dengan R_A dan P_C . Kita akan mendapat:

$$\begin{aligned} M''_D &= R_A \cdot 3a - P_C \cdot 2a = \frac{3}{8}P\lambda - P_C \cdot 2a = \\ &= \frac{3}{8}P\lambda - \frac{P(\lambda - 5a)}{2a} \cdot 2a = \frac{P}{8}(40a - 5\lambda) = M'_D. \end{aligned}$$

Jadi sebetulnya tidak ada perbedaan antara M'_D dan M''_D . Kita dengan mudah dapat mencari bahwa yang seperti ini juga berlaku, bila gaya itu berdiri di dalam medan AC. Dengan rumus-rumus yang telah didapat itu dapat kita menggambarkan garis pengaruh dari gambar 109c itu. Untuk ini dapat kita memakai untuk M_D , nilai-nilai seperti berikut:

P diatas	Rumus untuk M_D	λ	Nilai ² untuk M_D
DB	$\frac{1}{2}P\lambda$	0	0
		$5a$	$\frac{15}{8}Pa$
AD	$\frac{P}{8}(40a - 5\lambda)$	$5a$	$\frac{15}{8}Pa$
		$8a$	0

Peringatan. Yang terdahulu itu berlaku untuk tiap-tiap titikbuhul pinggir bawah, sehingga kita mendapat, bahwa di dalam gambar 109a garis pengaruh momen di titikbuhul pinggir bawah itu pada beban yang tidak langsung, adalah sama dengan garis pengaruh pada beban yang langsung.

b. Momen pembengkok dititikbuhul pinggir atas.

Kita perhatikan titikbuhul E, dan kita cari ketiga kedudukan P yang tipis sebagai berikut :

- a. P berdiri sebelah kiri dari C, $7a < \lambda < 8a$;
- β. P berdiri sebelah kanan dari D, $0 < \lambda < 5a$;
- γ. P berdiri antara C dan D, $5a < \lambda < 7a$.

Pada tiap-tiap kedudukan P adalah $R_A = \frac{P\lambda}{8a}$ dan $R_B = \frac{P(8a - \lambda)}{8a}$.

a. Bila P berdiri sebelah kiri C.

$$M_E = -(-R_B \cdot 6a) = \frac{6Pa(8a - \lambda)}{8a} = \frac{3}{4}P(8a - \lambda).$$

Persangkutan ini sesuai dengan yang termasuk pada beban yang langsung, ia sekarang hanya berlaku untuk nilai-nilai dari λ antara $7a$ dan $8a$.

β. Sesudah P berdiri sebelah kanan D, maka $M_E = R_A \cdot 2a = \frac{1}{4}P\lambda$. Juga rumus ini sesuai dengan rumus untuk beban yang langsung ia hanya berlaku, bila $0 < \lambda < 5a$.

γ. Untuk keadaan, bila P berdiri antara C dan D maka $5a < \lambda < 7a$. Dalam hal yang semacam ini, kita umpamakan P diuraikan dalam

$$P_C = \frac{P(\lambda - 5a)}{2a} \text{ dan } P_D = \frac{P(7a - \lambda)}{2a}.$$

Sekarang

$$M_E = R_A \cdot 2a - P_C \cdot a = \frac{2P\lambda a}{8a} - \frac{P(\lambda - 5a)}{2a} \cdot a = \frac{1}{4}P(10a - \lambda).$$

Rumus ini menyimpang dari kedua rumus-rumus yang terdahulu tadi, akan tetapi sekali lagi menunjukkan persangkutan linier satu sama lain dari M_E dan λ . Dari yang sudah-sudah kita dapat menguraikan, bahwa garis pengaruh untuk M_E terdiri dari garis lurus yang terputus-putus dan ini terdiri lagi dari 3 potong. Garis lurus yang berputus-putus ini, dapat kita gambarkan menurut rumus-rumus yang telah disusun. Untuk nilai-nilai M_E yang dipakai dalam menggambar gambar 109d, lihat daftar yang dibawah ini:

P diatas	Rumus untuk M_E	λ	Nilai untuk M_E
AC	$\frac{1}{4}P(8a - \lambda)$	$8a$	0
		$7a$	$\frac{1}{4}Pa$
CD	$\frac{1}{4}P(10a - \lambda)$	$7a$	$\frac{1}{4}Pa$
		$5a$	$\frac{5}{4}Pa$
DB	$\frac{1}{4}P\lambda$	$5a$	$\frac{5}{4}Pa$
		0	0

Peringatan. 1. Garis-pengaruh untuk M_E itu juga dapat kita peroleh secara berikut. Mula-mula kita gambarkan garis pengaruh untuk M'_E , momen di dalam E, artinya.

momen di dalam proyeksi E pada pinggir bawah. Garis ini digambarkan dalam gambar 109d, lihatlah garis $A_1E_1B_1$. Titikpotong C_1 garis ini dan garis baca melalui C selanjutnya, kita hubungkan dengan D_1 , titikpotong garis pengaruh untuk momen di dalam E' , dan garis baca melalui D . Garis pengaruh untuk M_E jatuh sepanjang $A_1C_1D_1B_1$. Ini dengan mudah dapat dilihat, oleh karena ordinat yang terbesar dari garis- M_E itu E_1E_1 sama dengan $\frac{1}{2}Pa$ sehingga:

$$C_1C_1 = \frac{1}{2}E_1E_1 = \frac{1}{2}Pa \text{ dan } D_1D_1 = \frac{1}{2}E_1E_1 = \frac{1}{2}Pa.$$

Ini seluruhnya bersesuaian dengan perhitungan-perhitungan yang sebelum ini.

2. Konstruksi garis-garis-pengaruh untuk momen-momen di dalam titik-titik-buhul yang lain dari pinggir atas, jalannya dengan cara yang sama.

PELAJARAN XIII.

§ 54. Garis-garis-pengaruh untuk gaya-gaya-batang.

Kita membicarakan soal ini dari gambar 110 dan kita hanya akan membicarakan garis-garis-pengaruh gaya-gaya di dalam batang-batang 1 ÷ 10.

Batang 1. Gaya di dalam batang 1, S_1 , pada tiap-tiap kedudukan antara B dan C dari P sama dengan R_A . Garis pengaruh untuk S_1 jadi berimpitan dengan garis- R_A . lihat gambar 110b. Oleh karena batang 1 itu selalu dibebani dengan tekanan, maka kita tempatkan di dalam bidang pengaruh dari gambar 110b itu, tanda—. Untuk AC jalan garis-pengaruh A ke titikpotong C , yang tegaklurus melalui C dan A_1B_1 .

Batang 2. S_2 pada semua kedudukan P sama dengan nol.

Batang 3. S_3 dapat kita hitung menurut cara Ritter. Untuk itu kita umpamakan ada sebuah penampang pada batang-batang 3, 4 dan 2 dan kita pakai untuk gaya-gaya luar dari bagian yang kiri (termasuk juga gaya-gaya batang) dalil momen terhadap titikbuhul C . Sebagai sam-bungan bagian 4, kita pakai S_3 sebagai gayatarik, lengan momen dari S_3 (terhadap C) kita namakan a_3 ¹⁾. Jadi kita mendapat, bila P berdiri di dalam medan CB .

$$R_A a + S_3 a_3 = 0 \text{ atau } S_3 = -\frac{a}{a_3} R_A.$$

$$\text{Dengan } R_A = \frac{P\lambda}{8a} \text{ kita mendapat } S_3 = -\frac{P\lambda}{8a_3}$$

Rumus ini berlaku, bila $0 < \lambda < 7a$. Oleh karena S_3 keluar negatif, maka batang 3 bukanlah batangtarik, seperti yang dimisalkan buat sementara, akan tetapi sebuah batangtekan. Kita juga melihat bahwa gaya-gaya di dalam batang 3 seimbang dengan R_A , akan tetapi tidak berseimbangan.

Garis- S_3 dapat kita gambarkan menurut rumus $S_3 = -\frac{P\lambda}{8a_3}$, sesudah kita mengetahui dua nilai dari S_3 . Untuk

$$\lambda = 0, S_3 = 0, \text{ untuk } \lambda = 7a, S_3 = -\frac{7Pa}{8a_3}.$$

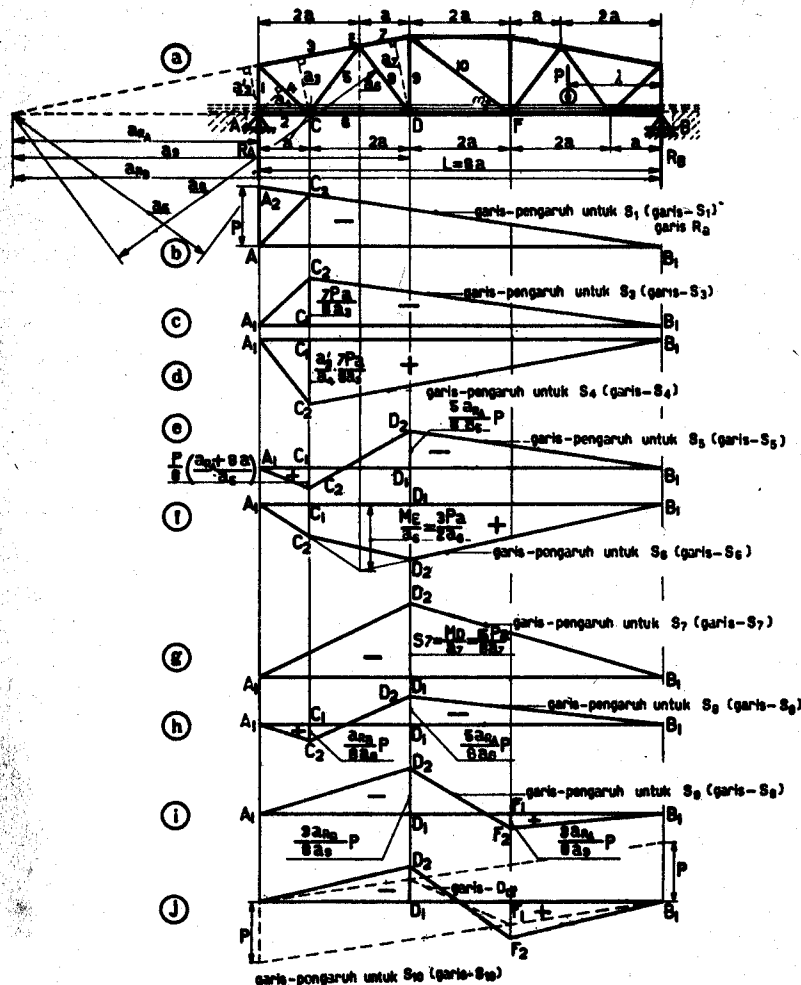
¹⁾ Pada umumnya dalam pelajaran ini lengan momen S_3 di namakan dengan a_3 . Bila kita ambil momen-momen gaya terhadap bermacam-macam sentra, kita bedakan lengan-lengan momen itu satu sama lain dengan memakai absen.

Sesudah P berdiri di dalam medan AC , maka untuk S_2 berlaku rumus yang lain. Bila $7a < \lambda < 8a$, kita mendapat, bila P diuraikan dalam gaya-gaya P_A melalui A dan P_C melalui C yang sejajar.

$$R_A a - P_A a + S_2 a_2 = 0.$$

Dengan $P_A = \frac{P(\lambda - 7a)}{a}$ dan $R_A = \frac{P\lambda}{8a}$ kita uraikan dari perhitungan ini:

$$S_2 = -\frac{P}{8a_2} (56a - 7\lambda).$$



Gamb. 110

Ini adalah suatu fungsi linier dari λ , garis pengaruh yang termasuk adalah lurus.

Untuk $\lambda = 7a$, $S_2 = -\frac{7Pa}{8a_2}$, untuk $\lambda = 8a$, $S_2 = 0$.

Dengan ini kita dapat menggambarkan bagian kedua garis pengaruh untuk S_2 , lihat gambar 110c.

Peringatan. Bila kita memakai M_C , momen dititik-buhul C , maka kita mendapat

$$S_2 = -\frac{M_C}{a_2}.$$

Jadi garis pengaruh untuk S_2 bersesuaian dengan garis pengaruh untuk M_C . Kita hanya harus memperhatikan perbedaan dalam skalanya, bila kita ingin memakai untuk kedua kebesaran itu garis yang sama.

Batang 4. S_4 dapat kita tentukan dengan pertolongan melalui batang-batang 2, 4 dan 3. Sesudah itu kita pakai dalil momen terhadap A . Dengan demikian kita mendapat:

$$S_4 a_4 + S_2 a'_2 = 0 \text{ atau } S_4 = -\frac{a'_2}{a_4} S_2.$$

Jadi S_4 pada semua kedudukan P setimbang dengan S_2 . Tetapi S_2 dan S_4 mempunyai tanda yang berlawanan. Garis pengaruh untuk S_4 dengan mudah dapat kita uraikan dari garis pengaruh untuk S_2 ; garis itu telah digambarkan dalam gambar 110d.

Batang 5 S_6 dapat kita tentukan dengan pertolongan sebuah potongan melalui batang-batang 3, 5 dan 6. Kita dapat memakai dalil momen terhadap titik potong batang-batang 3 dan 6, sesudah kita telah memasang potongan itu.

Kita mengetahui tiga kedudukan P yang tipis:

- a. P berdiri sebelah kanan dari D , $0 < \lambda < 5a$;
- β . P berdiri diantara C dan D , $5a < \lambda < 7a$;
- γ . P berdiri sebelah kiri dari C , $7a < \lambda < 8a$.

Pada tiap-tiap dari kedudukan-kedudukan ini kita uraikan dari keadaan setimbang bagian kiri, sebuah rumus untuk S_5 .

$$\alpha. 0 < \lambda < 5a. \quad -R_A a_{R_A} - S_5 a_5 = 0 \text{ atau } S_5 = \frac{a_{R_A}}{a_5} \cdot \frac{P\lambda}{8a}.$$

Jadi S_5 , pada tiap-tiap kedudukan P setimbang dengan P dan negatif. Batang 5 itu ialah sebuah batangtekan. Grafik fungsi yang tertulis di atas itu telah digambarkan dari beberapa nilai, yang diambil dari rumus yang diuraikan itu, lihat daftar berikutnya dan gambar 110e.

$$\beta. 5a < \lambda < 7a.$$

$$-R_A a_{R_A} + P_C(a_{R_A} + a) - S_5 a_5 = 0.$$

$$\begin{aligned} S_5 &= -\frac{a_{R_A}}{a_5} R_A + \frac{a_{R_A} + a}{a_5} P_C \\ &= -\frac{a_{R_A}}{a_5} (R_A - P_C) + \frac{a}{a_5} P_C \\ &= -\frac{a_{R_A} P}{a_5} \left(\frac{20a - 3\lambda}{8a} \right) + \frac{P(\lambda - 5a)}{2a_5}. \end{aligned}$$

λ	Rumus untuk S_5	λ	S_5
$0 < \lambda < 5a$	$-\frac{a_{R_A}}{a_5} \cdot \frac{P\lambda}{8a}$	0	0
		$5a$	$-\frac{a_{R_A}}{a_5} \cdot \frac{1}{4}P$
$5a < \lambda < 7a$	$-\frac{a_{R_A} P}{a_5} \left(\frac{20a - 3\lambda}{8a} \right) + \frac{P(\lambda - 5a)}{2a_5}$	$5a$	$-\frac{a_{R_A}}{a_5} \cdot \frac{1}{4}P$
		$7a$	$\frac{P}{8} \left(\frac{a_{R_A} + 8a}{a_5} \right)$
$7a < \lambda < 8a$	$-\frac{a_{R_A} P}{a_5} \left(\frac{\lambda}{8a} - 1 \right) + \frac{P(8a - \lambda)}{a_5}$	$7a$	$\frac{P}{a} \left(\frac{a_{R_A} + 8a}{a_5} \right)$
		$8a$	0

Juga di sini S_5 adalah sebuah fungsi linier dari λ , grafiknya adalah lurus dan kita dapat menggambarannya sesudah kita mengetahui dua nilai dari S_5 pada nilai-nilai dari λ yang tertentu. Lihat daftar berikutnya dan gambar 110e.

$$\gamma. 7a < \lambda < 8a.$$

$$-R_A a_{R_A} + P(8a - \lambda + a_{R_A}) - S_5 a_5 = 0.$$

$$S_5 = -\frac{a_{R_A}}{a_5} (R_A - P) + \frac{8Pa - P\lambda}{a_5} = -\frac{a_{R_A} P}{a_5} \left(\frac{\lambda}{8a} - 1 \right) + \frac{P(8a - \lambda)}{a_5}.$$

Sekali lagi S_5 bergantung linier dari λ dan grafiknya adalah lurus.

Dari daftar ini ternyata bahwa: bila P terdiri di atas CD , maka batang 5 itu dibebani dengan tekanan: bila P berdiri di atas AC , maka batang itu dibebani tekanan. Bila P berdiri di atas CD maka batang 5 itu dapat berada dalam keadaan tarik atau dalam keadaan tekan, menurut kedudukan P .

Batang 6. S_6 kita cari dengan pertolongan sebuah potongan batang-batang 3, 5 dan 6. Sesudah itu kita memakai untuk bagian kiri dalil momen terhadap E . Bila M_E sama dengan jumlah aljabar momen-momen terhadap E semua gaya, yang bekerja di sebelah kiri E , maka:

$$-S_6 a_6 + M_E = 0 \text{ atau } S_6 = \frac{M_E}{a_6}.$$

Jadi garispengaruh S_6 mengikuti garispengaruh untuk M_E . Bandingkanlah gambar 110f dengan gambar 109.

Batang 7. Dengan pertolongan potongan pada batang-batang 7 8 dan 6 dapat kita menghitung S_7 . $S_7 = -\frac{M_D}{a_7}$. Pada semua kedudukan P batang 7 dibebani dengan tekanan. Garispengaruh untuk S_7 kita uraikan dari garispengaruh untuk M_D , lihat gambar 110f.

Batang 8. S_8 dapat kita pelajari dengan cara yang sama seperti S_6 . Sebetulnya kita dapat juga memakai cara seperti berikut. Selama P berdiri sebelah kanan dari D , hanya reaksi R_A yang bekerja sebagai gaya luar pada bagian pendukung, yang terletak sebelah kiri dari potongan-potongan pada batang-batang 6, 8 dan 7. Dari dalil momen yang dipakai terhadap titikpotong batang-batang 6 dan 7, kita mendapat:

$$S_8 a_8 = R_A a_{R_A} \text{ atau } S_8 = \frac{a_{R_A}}{a_8} \cdot \frac{P\lambda}{8a}.$$

Rumus ini berlaku untuk $0 < \lambda < 5a$; gambaran secara grafis yang termasuk itu adalah sebuah garis lurus. Bila P berdiri sebelah kiri dari C , maka kita dapat lebih terang memperhatikan keadaan setimbang bagian yang kanan. Demikian dalil momen terhadap titikpotong batang-batang 6 dan 7, membawa kita kepada:

$$-S_8 a_8 - R_B a_{RB} = 0 \text{ atau } S_8 = \frac{a_{RB}}{a_8} \cdot \frac{P(8a - \lambda)}{8a}$$

Juga sekarang S_8 adalah sebuah fungsi linier dari λ ; jadi garispengaruhnya ialah lurus. Seperti pada S_6 , dapat kita mempertunjukkan, bahwa S_8 , bila P berdiri di antara C dan D adalah sebuah fungsi linier dari λ dan grafiknya melaini:

1. titikpotong garisbaca melalui D dan grafis- S_8 untuk medan DB ;
2. titikpotong garisbaca melalui C dan garis- S_8 untuk medan AC .

Batang 9. Penilikan kita sesuai dengan pemandangan-pemandangan untuk S_8 .

Kita memakai potongan pada batang-batang 7 — 9 — DF .

$$1. \quad 0 < \lambda < 3a; \quad S_9 = -\frac{a_{RA}}{a_9} \cdot \frac{P\lambda}{8a}$$

$$2. \quad 5a < \lambda < 8a; \quad S_9 = \frac{a_{RB}}{a_9} \cdot \frac{P(8a - \lambda)}{8a}$$

$$3. \quad 3a < \lambda < 5a; \quad S_9 \text{ berjalan linier dengan } \lambda.$$

Garisengaruh untuk S_9 telah digambarkan dalam gambar 110i.

Batang 10 $S_{10} = \frac{D_{DF}}{\sin \varphi}$. Garisengaruh untuk S_{10} menu-ruti garisengaruh untuk gaya melintang di dalam medan DF . Lihat gambar 110j.

§ 55. Soal-soal.

109a. Sebuah balok yang mendatar panjangnya 5,5 m dan ditunjang pada ujung A dan B . Melalui pendukung itu bergerak suatu beban P dari 1 t, yang tegak. Tentukanlah R_A dan R_B sebagai fungsi dari tempat P . Gambarkanlah untuk keadaan semacam ini garispengaruh untuk R_A dan garispengaruh untuk R_B .

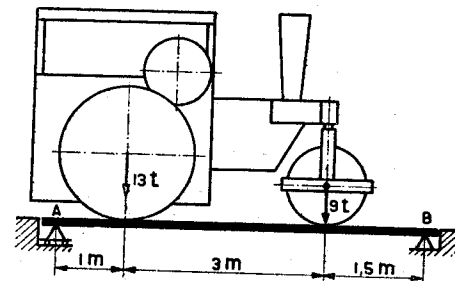
b. Tentukanlah dengan pertolongan garis-garis-pengaruh yang telah digambarkan itu R_A dan R_B , bila di dalam titik C pendukung itu berdiri sebuah beban yang tegaklurus dari 13 t, dan dalam waktu yang sama di dalam titik D dari pendukung itu berada juga sebuah beban yang tegaklurus dari 9 t. $AC = 1$ m. $CD = 3$ m.

110a. Sebuah balok yang mendatar panjangnya 10 m, ditunjang di dalam titik A dan B . A berada pada jarak 1 m dari ujung kiri, B 2 m dari ujung kanan. Melalui balok ini bergerak sebuah beban, yang tegak dari 1 t. Tentukanlah R_A dan R_B sebagai fungsi dari λ bila λ jarak dari beban yang dari 1 t itu sampai pada ujung kanan. Gambarkanlah garis- R_A dan garis- R_B .

b. Tentukanlah dengan pertolongan garis-garis-pengaruh yang telah digambarkan R_A dan R_B , bila pada balok itu berada dua beban yang tegak. (satu dari 13 t dan satu lagi dari 9 t). Beban dari 13 t berdiri di dalam C , beban dari 9 t di dalam D . $AC = 2$ m. $CD = 6$ m.

111a. Tentukanlah di dalam gambar 111, R_A dan R_B sebagai fungsi dari tempat sebuah canai (namakan jarak antara gaya dari 13 t sampai B). Gambarkanlah garis- R_A dan garis- R_B .

- a. dari rumus-rumus yang diuraikan.
- b. dengan mengsuperponer.



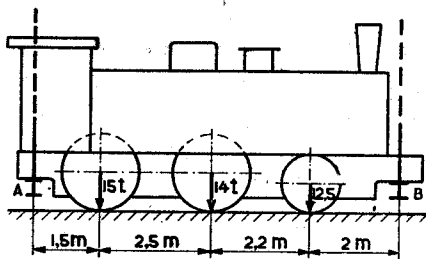
Gamb. 111

Tentukanlah seterusnya R_A dan R_B pada kedudukan canai yang diberikan.

b. Tentukanlah R_A dan R_B pada kedudukan yang diberikan dengan pertolongan garis-garis-pengaruh untuk suatu beban dari 1 t.

112a. Pada sebuah pendukung mendatar, yang panjangnya 10 m, ditunjang ujung C dan D berjalan sebuah lokomotif lihat gambar 112. Tentukanlah R_C dan R_D sebagai fungsi tempat lokomotif (namakan jarak antara beban dari 15 t dan D). Gambarlah garis- R_C dan garis- R_D . Tentukan dari situ R_C dan R_D , bila beban dari 14 t berdiri dari tengah-tengah C. Tentukan juga nilai yang paling tinggi untuk R_C .

b. Tentukanlah R_C dengan pertolongan garis- R_C untuk sebuah beban dari 1 t, bila beban 15 t itu berdiri di dalam C.



Gamb. 112

113. Sebuah pendukung mendatar yang terdiri dari beberapa potongan, berjalan terus melalui lebih banyak titik-titik-penunjang. Di atas sebuah titikpenunjang B, dua bagian pendukung itu bertemu. Bagian pertama mempunyai tegangan-lebih l_1 , bagian kedua sebuah l_2 . Melalui pendukung ini berjalan sebuah rangka-beban yang bergerak. Rangkabebean ini terdiri dari 2 beban yang tegak P_1 dan P_2 . Jarak antara P_1 dan P_2 sama dengan a . Gambarlah garis-pengaruh untuk R_B , yang termasuk pada beban dari 1 t itu. Tentukanlah dengan garis-pengaruh ini (dengan percobaan-percobaan) reaksi yang paling besar di dalam B, yang disebabkan oleh rangka-beban yang dimaksudkan di atas itu.

1°. bila $l_1 = 12$ m, $l_2 = 6$ m, $P_1 = P_2 = 6$ t; $a = 2$ m;

2°. bila $l_1 = 12$ m, $l_2 = 6$ m, $P_1 = P_2 = 6$ t, $a = 2$ m

dan kita harus mengingat bobotsendiri pendukung itu. Bobot pendukung yang paling besar sama dengan 0,3 t/m, bobot yang paling kecil sama dengan 0,2 t/m.

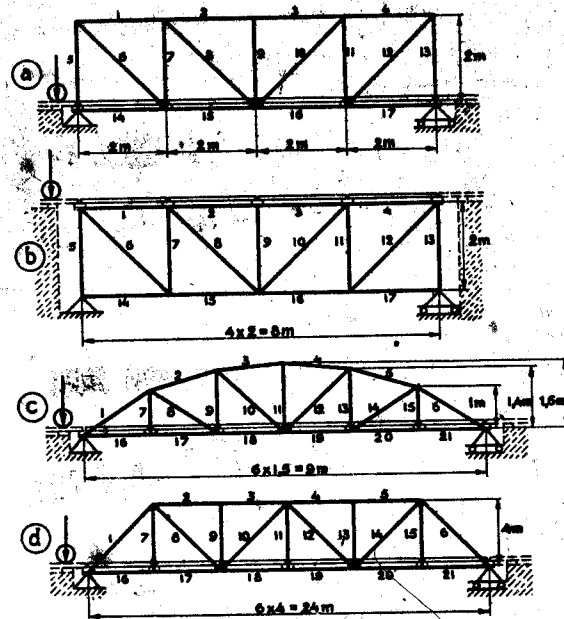
114. Sebuah pendukung yang mendatar, panjangnya 9 m ditunjang pada ujung A dan B. Melalui pendukung itu bergerak sebuah beban dari 1 t yang tegak. Tulislah persamaan-persamaannya, yang menunjukkan, bagaimana gaya melintang D_C bergantung pada tempat beban dari 1 t itu. Gambarlah garis-pengaruh untuk gaya melintang di dalam C, (garis- D_C), $AC = 2$ m.

b. Tentukanlah dari garis- D_C yang telah digambarkan tu, gaya melintang di dalam C, bila di dalam titik D dari pendukung itu berdiri sebuah beban yang tegaklurus dari t dan $DB = 3$ m.

115. Sebuah balok mendatar AB , panjangnya 7 m, ditunjang pada A dan B. Balok itu terbagi oleh titik-titik C, D, E, F, G dan H dalam 7 bagian yang sama. Melalui balok ini bergerak sebuah beban dari 3 t. Gambarlah untuk tiap-tiap titik dari C, D, E, F, G dan H garis-pengaruh untuk gaya melintang dari 1 t dan tentukan dari situ garis melintang yang terbesar di dalam tiap-tiap titik tersebut. Buatlah sesudah itu sebuah grafik dari gaya melintang yang paling besar pada beban yang bergerak dari 3 t. Tentukanlah dari situ garis melintang yang terbesar di dalam balok.

116. Sebuah balok mendatar, yang panjangnya 10 m pada ujung A dan B ditunjang. Melalui balok ini bergerak sebuah beban yang tegak dari 5 t. Gambarlah garis-pengaruh untuk momen pembengkok di dalam C (garis- M_C) dengan mengucapkan M_C dalam λ , yaitu jarak dari B sampai kepada beban dari 5 t itu. $AC = 3$ m. Tentukanlah dari garis- M_C yang telah digambarkan itu, nilai M_C , bila beban itu berdiri ditengah-tengah balok itu.

117a. Pada sebuah balok mendatar, yang panjangnya 10 m dan ditunjang pada ujungnya bergerak canai dari gambar 111. Tentukanlah untuk rangka-beban garis melintang di dalam C, D_C sebagai fungsi dari λ (λ ialah jarak antara B dan gaya dari 13 t). $AC = 2$ m.



Gamb. 113

Gambarlah seterusnya garis- D_C . Tentukanlah D_C , bila λ 3 m. Gambarlah juga garis- M_C .

b. Gambarlah garis- D_C dari soal 111a dengan me kai superposisi. Tentukanlah nilai yang paling tinggi D_C . Gambarlah juga garis- M_C .

118. Melalui sebuah balok CD yang mendatar, panja nya 10 m, yang pada ujungnya ditunjang, bergerak seb lokomotif dari gambar 112. Gambarlah garis-pengaruh g melintang D_E di dalam titik E, bila $CE = 3$ m, term ma pada rangka-beban yang telah diberikan. Gambarlah j garis- M_E .

a. Dengan menyatakan D_E dan M_E sebagai fu dari tempat rangkabebeban.

b. Dengan memakai dasar superposisi.

Tentukanlah D_E dan M_E , bila beban dari 14 t bardi di-tengah-tengah balok itu.

119. Gambarlah garis-garis-pengaruh untuk gaya-g batang dari tiap-tiap pekerjaan bing'ai dari gambar yang termasuk pada beban dari 1 t, yang bergerak te lurus.